GRADUAÇÃO PRESENCIAL
2º semestre- 2018

Cálculo Numérico

Engª Elétrica- 4º e 6º semestre
Engª Produção– 4º semestre

Profº. Ms. Cristiano Malheiro

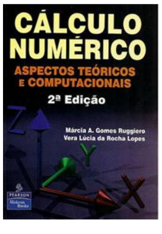
cmalheiro@anhanguera.com

http://cristianotm.wix.com/aulas

Aula 9

Cálculo Numérico

João Carlos dos Santos
Gabriela Faria Barcelos Gibim



Bibliografia Básica Padrão (Definitivo)

1. SANTOS, João C. **Cálculo Numérico.** AVA. Ambiente Virtual de Aprendizagem.

2. RUGGIERO, Márcia A. G. **Cálculo Numérico: Aspectos Teóricos e Computacionais.** 2ª edição. São Paulo: Pearson- Prentice Hall, 2012.
Na nossa biblioteca: 30 exemplares- 519.4 R871c

Aula 9

avaeduc.com.br/course/view.php?id=54

AVA

Página inicial / Cálculo Numérico

- Orientações gerais
- Livro didático
- Unidade de ensino 1
- Unidade de ensino 2
- Unidade de ensino 3
- Unidade de ensino 4
- Atividade discursiva
- Informações avaliação presencial

ORIENTAÇÕES GERAIS

- Manual da Disciplina
- Acesse aqui o Cronograma de Atividades
- Quadro de Avisos
- Plano de Aula (oculto)

kroton
paixão por educar

Aula 9

Atividade Diagnótsica e Atividade de Aprendizagem

1 Questão

Ainda não respondida | Essa questão Vale 1,00 ponto(s).

Considere uma máquina cuja representação de números é definida por base dez, quatro algarismos na mantissa e expoentes com intervalos entre [-5,5]. Ao representar o número 73,758 e calcular os erros absolutos e relativos, podemos afirmar que:

Escolha uma:

- a. O número $\bar{x} = 0{,}7376 \cdot 10^2$ é a representação do número 73,758
- b. O erro absoluto é 0,004
- c. O erro absoluto e o relativo são iguais.
- d. A representação por arredondamento correta é $\bar{x} = 0{,}7375 \cdot 10^2$
- e. O erro relativo encontrado é 0,002%

Próximo

kroton
paixão por educar

Aula 9

Unidade 3- Seção 3.1- Motivação

Uma empresa de sucata de ferro, material muito utilizado nas fundições, tem seus valores de comercialização representados na Tabela 3.1:

Tabela 3.1 | Preço de sucata de ferro

x	Toneladas de Ferro	3	5	9
$f(x)$	Preço de Venda [Mil Reais]	120	195	225

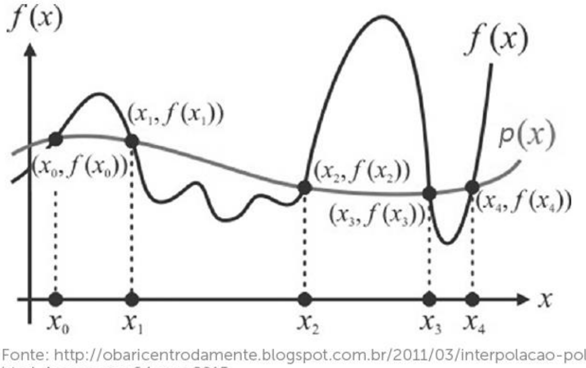
Fonte: Elaborada pelo autor.

Uma fundição solicita um orçamento para a compra de 7,45 toneladas de sucata de ferro. Para atender à solicitação do cliente, são chamados quatro vendedores: três desses vendedores apresentaram o orçamento, interpolando os valores da Tabela 3.1; o primeiro vendedor, Arnaldo, usou a técnica do polinômio interpolador; o segundo, Bruno, fez uso da forma de Lagrange; e o terceiro, Carlos, aplicou a forma de Newton. O quarto vendedor, Dagoberto, verificou o erro na interpolação pela forma de Newton.

Aula 9

Suponha que tenhamos $(n+1)$ pares ordenados distintos, $(x_0, f(x_0))$, $(x_1, f(x_1))$, ... $(x_n, f(x_n))$, denominados pontos de interpolação, conforme Gráfico 3.1.

Gráfico 3.1 | Pares ordenados distintos



Fonte: http://obaricentrodamente.blogspot.com.br/2011/03/interpolacao-polinomial-parte-1.html. Acesso em: 24 ago. 2015.

Aula 9

A interpolação aqui apresentada é realizada através da determinação de um polinômio de grau $\leq n$ obtido pelo conhecimento dos pontos de interpolação.

O polinômio interpolador é $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$, que é obtido através da resolução do seguinte sistema linear, onde $p(x)$ é uma aproximação para $f(x)$, que é a função desconhecida ou de maior complexidade.

$$\begin{cases} a_0 + a_1x_0 + a_2x_0^{\,2} + \cdots + a_nx_0^{\,n} = f(x_0) \\ a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^{\,2} + \cdots + a_nx_1^{\,n} = f(x_1) \\ \vdots \\ a_0 + a_1x_n + a_2x_n^{\,2} + \cdots + a_nx_n^{\,n} = f(x_n) \end{cases}.$$

Aula 9

Unindo os coeficientes e os termos independentes numa única matriz, denominada matriz ampliada, temos:

$$\begin{bmatrix} 1 & x_0 & x_0^2 & \cdots & x_0^n & f(x_0) \\ 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^n & f(x_1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \cdots & x_n^n & f(x_n) \end{bmatrix}$$

Essa última matriz, a matriz ampliada, é a que escalonamos para obter a solução.

O polinômio interpolador será obtido pela resolução de sistema linear.

Todos os cálculos efetuados nessa seção serão arredondados com duas casas decimais, exceto quando for descrito o critério de arredondamento.

Aula 9

Exemplo:

Considerando os pares ordenados $(x, f(x))$ representados na Tabela 3.2, determine o valor de $f(4{,}39)$ por meio de interpolação polinomial.

Tabela 3.2 | Pares ordenados de $f(x)$

x	4	6	12
$f(x)$	5	1	0

Fonte: Elaborada pelo autor.

Aula 9

Solução:

Ao observar a Tabela 3.2, note que podemos denotar $x_0 = 4$, $x_1 = 6$ e $x_2 = 12$. O maior valor de n para esse exemplo é 2 ($n =$ grau do polinômio), portanto o polinômio interpolador será de ordem 2, ou seja, de 2º grau.

Pelo apresentado, o polinômio interpolador é obtido resolvendo um sistema linear a seguir:

$$\begin{cases} a_0 + a_1x_0 + a_2x_0^2 = f(x_0) \\ a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 = f(x_1) \\ a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 = f(x_2) \end{cases}.$$

n	x_n	$f(x_n)$
0	4	5
1	6	1
2	12	0

Aula 9

Solução:

$$\begin{cases} a_0 + 4a_1 + 4^2 a_2 = 5 \\ a_0 + 6a_1 + 6^2 a_2 x_1^{\,2} = 1 \\ a_0 + 12a_1 + 12^2 a_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_0 + 4a_1 + 16a_2 = 5 \\ a_0 + 6a_1 + 36a_2 x_1^{\,2} = 1 \\ a_0 + 12a_1 + 144a_2 = 0 \end{cases}$$

ou

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 16 \\ 1 & 6 & 36 \\ 1 & 12 & 144 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Aula 9

Solução:

Assim, a matriz ampliada para a resolução do sistema por escalonamento fica:

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 16 & 5 \\ 1 & 6 & 36 & 1 \\ 1 & 12 & 144 & 0 \end{pmatrix}$$

Resolvendo o sistema: (L_i) = Linha i

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 16 & 5 \\ 1 & 6 & 36 & 1 \\ 1 & 12 & 144 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ L_2 - L_1 \\ L_3 - L_1 \end{matrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 4 & 16 & 5 \\ 0 & 2 & 20 & -4 \\ 0 & 8 & 128 & -5 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ L_3 - 4L_2 \end{matrix}$$

Aula 9

Solução:

$$\begin{array}{cl}\begin{pmatrix} 1 & 4 & 16 & 5 \\ 0 & 2 & 20 & -4 \\ 0 & 0 & 48 & 11 \end{pmatrix} & \begin{array}{l} \\ \\ L_3/48 \end{array}\end{array} \Rightarrow \begin{array}{cl}\begin{pmatrix} 1 & 4 & 16 & 5 \\ 0 & 2 & 20 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0{,}23 \end{pmatrix} & \begin{array}{l} L_1 - 16L_3 \\ L_2 - 20L_3 \\ \\ \end{array}\end{array}$$

$$\begin{array}{cl}\begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 1{,}33 \\ 0 & 2 & 0 & -8{,}58 \\ 0 & 0 & 1 & 0{,}23 \end{pmatrix} & \begin{array}{l} \\ L_2/2 \\ \\ \end{array}\end{array} \Rightarrow \begin{array}{cl}\begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 1{,}33 \\ 0 & 1 & 0 & -4{,}29 \\ 0 & 0 & 1 & 0{,}23 \end{pmatrix} & \begin{array}{l} L_1 - 4L_2 \\ \\ \\ \end{array}\end{array}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 18{,}50 \\ 0 & 1 & 0 & -4{,}29 \\ 0 & 0 & 1 & 0{,}23 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18{,}50 \\ -4{,}29 \\ 0{,}23 \end{pmatrix}$$

Aula 9

Solução:

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18,50 \\ -4,29 \\ 0,23 \end{pmatrix}$$

Como o polinômio interpolador é $p(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n$, então:

$$p(x) = 18,50 - 4,29x + 0,23x^2$$

Calculando $p(4,39)$, temos:

$$f(4{,}39) \cong p(4{,}39) = 18{,}50 - 4{,}29 \cdot 4{,}39 + 0{,}23 \cdot 4{,}39^2$$

$$f(4,39) \cong \boldsymbol{p}(4,39) = 4,10$$

Aula 9

Solução:

Lista 6. Resolva para (25/04/2017)
Exercício 1:

Dada a Tabela 3.3, determine o valor de $f(4,39)$ por meio de interpolação polinomial.

Tabela 3.3 | Pares ordenados de $f(x)$

x	1	4	6
$f(x)$	12	5	1

Fonte: Elaborada pelo autor.

Aula 9

Lista 6- Exercício 2

Uma empresa de sucata de ferro, material muito utilizado nas fundições, tem seus valores de comercialização representados na Tabela 3.1:

Tabela 3.1 | Preço de sucata de ferro

x	Toneladas de Ferro	3	5	9
$f(x)$	Preço de Venda [Mil Reais]	120	195	225

Fonte: Elaborada pelo autor.

Agora que você já conheceu uma das técnicas de interpolação polinomial, vamos calcular o valor do orçamento da venda de sucata de ferro solicitada pela empresa de fundição. Coloque-se no lugar do vendedor Arnaldo e tome as rédeas do problema.

Aula 9

Solução:

Lembre-se de que, a partir da Tabela 3.1, temos os seguintes pares ordenados $(x, f(x))$ como base para a interpolação:

(5, 195), (9, 225), (12, 240)

O primeiro valor, x, representa a quantidade de toneladas de ferro e o segundo, $f(x)$, representa o preço de venda, em milhares.

Determinar o preço para 7,45 toneladas é mesmo que estimar $f(7{,}45)$ por meio de $p(7{,}45)$.

17

kroton
paixão por educar

Aula 9

Solução

Assim:

n	x_n	$f(x_n)$
0	5	195
1	9	225
2	12	240

$$\begin{cases} a_0 + a_1x_0 + a_2x_0{}^2 = f(x_0) \\ a_0 + a_1x_1 + a_2x_1{}^2 = f(x_1) \\ a_0 + a_1x_2 + a_2x_2{}^2 = f(x_2) \end{cases}$$

18

kroton
paixão por educar

Aula 9

Solução

$$\begin{cases} a_0 + 5a_1 + 5^2 a_2 = 195 \\ a_0 + 9a_1 + 9^2 a_2 = 225 \\ a_0 + 12a_1 + 12^2 a_2 = 240 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_0 + 5a_1 + 25a_2 = 195 \\ a_0 + 9a_1 + 81a_2 = 225 \\ a_0 + 12a_1 + 144a_2 = 240 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 25 & 195 \\ 1 & 9 & 81 & 225 \\ 1 & 12 & 144 & 240 \end{pmatrix}$$

Aula 9

Solução

Escalonando a matriz, obtemos:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 141,43 \\ 0 & 1 & 0 & 12,50 \\ 0 & 0 & 1 & -0,36 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 141,43 \\ 12,50 \\ -0,36 \end{pmatrix}$$

$$p(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \Rightarrow p(x) = 141,43 + 12,50x - 0,36x^2$$

Considerando $f(x) \cong p(x) = 141,43 + 12,50x - 0,36x^2$, então:

$$f(7{,}45) \cong p(7{,}45) = 141{,}43 + 12{,}50 \cdot 7{,}45 - 0{,}36 \cdot 7{,}45^2 = 214{,}57$$

Portanto, a empresa de fundição terá de pagar 214,57 mil reais por 7,45 toneladas de sucata de ferro.

Aula 9

Lista 6- Exercício 3

3. Dada a Tabela 3.8, determine o valor aproximado de $f(5)$ por meio de interpolação polinomial.

a) $f(5)=2{,}75$.

b) $f(5)=4{,}73$.

c) $f(5)=5{,}61$.

d) $f(5)=1{,}02$.

e) $f(5)=0{,}80$.

Tabela 3.8 – Pares ordenados de $f(x)$

x	1	4	6	12
$f(x)$	0	1	5	12

Fonte: Elaborada pelo autor.

Aula 9

Resumo da Aula:

O polinômio interpolador é $p(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n$ e será obtido resolvendo-se o sistema linear a seguir:

$$\begin{cases} a_0+a_1x_0+a_2x_0^{\,2}+\cdots+a_nx_0^{\,n}=f(x_0) \\ a_0+a_1x_1+a_2x_1^{\,2}+\cdots+a_nx_1^{\,n}=f(x_1) \\ \vdots \\ a_0+a_1x_n+a_2x_n^{\,2}+\cdots+a_nx_n^{\,n}=f(x_n) \end{cases}$$

kroton
paixão por educar

Bibliografia desta aula:

1. -PEA Cálculo Numérico– Anhanguera Educacional.
2. Livro do AVA – Disciplina Cálculo Numérico.

23

kroton
paixão por educar

Anhanguera fama LFG pitágoras UNIASSELVI unic UNIDERP unime UNIRONDON unopar

24