



kroton
paixão por educar

GRADUAÇÃO PRESENCIAL
2º semestre- 2017

**Pesquisa Operacional-
Simulação
Eng^a de Produção
8º semestre**

Profº. Ms. Cristiano Malheiro

cmalheiro@aedu.com

<http://cristianoim.wix.com/aulas>
<http://avaeduc.com.br>

1



Aula 11

Critérios de Avaliação

1. Avaliações:

B1 – peso 4- 1º bimestre:

- 3 pontos (laboratórios, participação e atividades)
- 7 pontos (avaliação confirmada para **05/10/2017**).

B2 – peso 6 – 2º bimestre:

- 3 pontos (laboratórios/ projetos, participação e atividades)
- 7 pontos (avaliação confirmada para **30/11/2017**).

SUB – toda a matéria (Substitui a menor nota):

- 10 pontos (avaliação prevista para **07 ou 14/12/2017**).

*****Datas de acordo com calendário acadêmico!!!**



Aula 11

O problema da mochila (knapsack problem)

- Característica do Problema;
- Formulação;
- Programação dinâmica.

3

kroton
pensando por educar



Aula 11

O problema da mochila (knapsack problem)

Introdução

Consiste na **escolha de itens** de um conjunto S segundo um **limite de capacidade do sistema** b costumeiramente dado por **peso** ou tamanho.

* Gera-se ideias inúmeras para esse problema!!!

Deve-se preencher a mochila de forma a obter o **máximo valor de utilidade**.

* **Colocar o maior número de objetos.**

Cada item possui um peso w_i e um valor c_i .

4

kroton
pensando por educar



Aula 11

O problema da mochila (knapsack problem)

Formulação

Maximizar o retorno:

$$\text{Max } Z = \sum_{i=1}^n c_i x_i ;$$

$$\sum_{i=1}^n w_i x_i \leq b \quad (\text{restrição/ limite de capacidade: peso, espaço....});$$

$x \in B^n$ (assumindo valores binários): vai ser colocar (1) ou não (0).

5



Aula 11

O problema da mochila (knapsack problem)

MOCHILA DE ESTUDANTE

Exemplo 1: Considere uma mochila com capacidade para 15 kg e quatro itens para colocar nela.

Deseja-se maximizar a soma dos valores dos itens adicionados à mochila.

Item	Valor	Peso
A	8	5
B	11	7
C	6	4
D	4	3

*ultima coluna não “cabem” todos!!!

6





Aula 11

O problema da mochila (knapsack problem)

Modelo do exemplo:

Max $Z = 8x_1 + 11x_2 + 6x_3 + 4x_4$

Sujeito à:

$5x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 3x_4 \leq 15$

$x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0,1\}$

Resolvendo no Solver!!!

Item	Valor	Peso
A	8	5
B	11	7
C	6	4
D	4	3

7



Aula 11

O problema da mochila (knapsack problem)

Modelo do exemplo:

Max $Z = 8x_1 + 11x_2 + 6x_3 + 4x_4$

Sujeito à:

$5x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 3x_4 \leq 15$

$x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0,1\}$

Resolvendo no Solver!!!

VARIÁVEIS	X1	1						
	X2	1						
	X3	0						
	X4	1						
F. O.		23						
Restrições	X1	X2	X3	X4		B	Fórmula	
primeira	5	7	4	3	≤	15	12	

8





Aula 11

O problema da mochila (knapsack problem)

Programação Dinâmica- Algoritmo Guloso (quer o melhor benefício a cada passo/ iteração)

Para que o problema tenha melhor desempenho, calcula-se o **valor de utilidade** de cada objeto do conjunto como:

$$vu_i = c_i / w_i$$

9



Aula 11

O problema da mochila (knapsack problem)

Programação Dinâmica- Algoritmo Guloso (quer o melhor benefício a cada passo/ iteração)

Para que o problema tenha melhor desempenho, calcula-se o **valor de utilidade** de cada objeto do conjunto como:

$$vu_i = c_i / w_i$$

- Pequeno diamante muito leve x alumínio maior;
- Melhor utilizar o valor de utilidade!!! Valor/ kg;
- Guloso: a cada iteração vai pegar o valor de utilidade mais alto para maximizar o retorno.

10





Aula 11

O problema da mochila (knapsack problem)

Algoritmo Guloso

Enquanto existir objeto no conjunto S que caiba na mochila:

Exemplo 2: Escolha desses objetos, aquele de maior valor de utilidade para uma mochila com capacidade de 15kg.

Item	Valor	Peso
A	4	12
B	2	2
C	1	1
D	2	1
E	10	4

11



Aula 11

O problema da mochila (knapsack problem)

Algoritmo Guloso

Enquanto existir objeto no conjunto S que caiba na mochila:

Escolha desses objetos, aquele de maior valor de utilidade.

Item	Valor	Peso	Vu
A	4	12	0,333
B	2	2	1
C	1	1	1
D	2	1	2
E	10	4	2,5





Aula 11

O problema da mochila (knapsack problem)

ALGORITMO GULOSO



Item	Valor	Peso	Vu
A	4	12	0,333
B	2	2	1
C	1	1	1
D	2	1	2
E	10	4	2,5

Cap. Disponível: 15

13

kroton
passão por educar



Aula 11

O problema da mochila (knapsack problem)

ALGORITMO GULOSO



Item	Valor	Peso	Vu
A	4	12	0,333
B	2	2	1
C	1	1	1
D	2	1	2
E	10	4	2,5

Cap. Disponível: 11

14

kroton
passão por educar



Aula 11

O problema da mochila (knapsack problem)

ALGORITMO GULOSO



Item	Valor	Peso	Vu
A	4	12	0,333
B	2	2	1
C	1	1	1
D	2	1	2
E	10	4	2,5

Cap. Disponível: 10

15


 kroton
 paixão por educar


Aula 11

O problema da mochila (knapsack problem)

ALGORITMO GULOSO



Item	Valor	Peso	Vu
A	4	12	0,333
B	2	2	1
C	1	1	1
D	2	1	2
E	10	4	2,5

Cap. Disponível: 8

É arbitrário, houve empate entre B e C. Pode escolher baseado no peso!! Tanto faz!!

16


 kroton
 paixão por educar



Aula 11

O problema da mochila (knapsack problem)

ALGORITMO GULOSO



Item	Valor	Peso	Vu
A	4	12	0,333
B	2	2	1
C	1	1	1
D	2	1	2
E	10	4	2,5

Cap. Disponível: 7

17

kroton
paixão por educar



Aula 11

O problema da mochila (knapsack problem)

ALGORITMO GULOSO



Cap. Disponível: 7

Valor total da Mochila: \$15,00

Existirá solução melhor com o objeto A?

18

kroton
paixão por educar



Aula 11

O problema da mochila (knapsack problem)

ALGORITMO GULOSO

Cap. Disponível: 7

Valor total da Mochila: \$15,00

Existirá solução melhor com o objeto A?

Resolvendo com o SOLVER:

Max $Z = 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 10x_5$

Sujeito à:

$12x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + 4x_5 \leq 15$

19



Aula 11

O problema da mochila (knapsack problem)

Resolvendo com o SOLVER:

Max $Z = 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 10x_5$

Sujeito à:

$12x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + 4x_5 \leq 15$

VARIÁVEIS	X1	0							
	X2	1							
	X3	1							
	X4	1							
	X5	1							
F. O.	15								
Restrições	X1	X2	X3	X4	X5		B	Fórmula	
primeira	12	2	1	1	4	≤	15	8	

20





Aula 11

O problema da mochila (knapsack problem)

Exemplo 3: Ladrão de Loja

Ao invadir uma loja, o ladrão encontra **$n=3$ objetos**, onde cada objeto vale **c reais** e **pesa w quilos**. O ladrão deseja levar a carga mais valiosa possível, mas consegue levar no máximo **$b=50$ quilos** em sua mochila.

21


 kroton
 paixão por educar


Aula 11

O problema da mochila (knapsack problem)

EXEMPLO: LADRÃO DE LOJA

Item	Valor	Peso	V_u
A	60	10	6
B	100	20	5
C	120	30	4

Guloso  **Ótimo**  **Vs**

Itens: A, B
Valor: \$160

Itens: B, C
Valor: \$220

22


 kroton
 paixão por educar



Aula 11

O problema da mochila (knapsack problem)

Resolvendo com o Solver, realmente não se chega ao mesmo resultado!!!

VARIÁVEIS	X1	0				
	X2	1				
	X3	1				
F. O.	220					
Restrições	X1	X2	X3		B	Fórmula
primeira	10	20	30	≤	50	50

23



Aula 11

O problema da mochila (knapsack problem)

CARACTERÍSTICAS DO ALG. GULOSO

•

Simple e de fácil implementação

•

Rapidamente encontra uma solução, se existir

•

Nem sempre conduz a soluções ótimas globais

•

Podem efetuar cálculos repetitivos

•

Nunca reconsideram decisões tomadas

24





kroton
paixão por educar

Bibliografia desta aula:

1. BELFIORI, P.; FÁVERO, L. P. Pesquisa Operacional para Cursos de Engenharia. Editora Campus Elsevier, Edição: 1, 2012;
2. UNIVESP TV.
<https://www.youtube.com/watch?v=0GR8T8uL8iw>

25



26