

2 ANÁLISE DE CIRCUITOS MAGNÉTICOS COM MATERIAIS FERROMAGNÉTICOS

2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS:

Pode-se definir circuito magnético como o percurso fechado, com ponto de partida no Pólo Norte e chegada no Pólo Sul, por onde o fluxo magnético (ϕ) irá passar, constituído por um ou mais materiais diferentes (por exemplo: ar e ferro) e uma fonte, chamada de força magnetomotriz.

Circuitos magnéticos muito simples podem ser resolvidos diretamente através de fórmulas conhecidas do eletromagnetismo, porém quando o objetivo é estudar dispositivos eletromecânicos, cujas geometrias geralmente são representadas por circuitos magnéticos mais complexos, merecem análise mais detalhada e conhecimento de técnicas de simplificações de circuito.

Assim, como em circuitos elétricos, usamos a noção de um circuito hidráulico para facilitar o entendimento do que ocorre quando se submete um resistor a uma diferença de potencial. Agora, com circuitos magnéticos, iremos fazer uso da analogia com circuitos elétricos.

As técnicas para resolução de circuitos elétricos vão ser muito úteis para resolução de circuitos magnéticos; para isso o primeiro passo é observar as características das analogias contidas na tabela 2.2 e transformar as variáveis do circuito magnético em variáveis do circuito elétrico.

Dado o núcleo magnético abaixo (figura 15), observa-se que a aplicação de corrente elétrica contínua nas N espiras gera uma força magnetomotriz (NI).

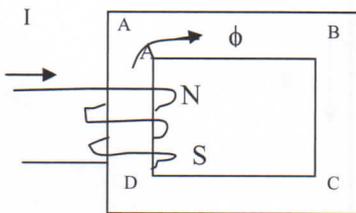


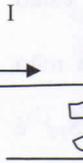
Figura 15 - núcleo ferromagnético

A intensidade do fluxo magnético (ϕ) material que compõe a trajetória ABCD. Define-se relutância do circuito magnético (R) como a dificuldade que o material impõe à passagem do fluxo magnético, muito parecido com a resistência elétrica num circuito elétrico. A relutância magnética (R) é útil, pois

Essa força magnetomotriz (NI) gera um campo magnético, com pólos N-S, conforme indicados na figura ao lado e sentido determinado pela regra da mão direita.

O campo magnético será representado por linhas de campo, denominadas por fluxo magnético (ϕ), que no núcleo, preferencialmente, irá fazer o percurso ABCD no sentido horário.

envolve as
constituin
Po
resolvend



Fig

Ob
permeabil
figura 17
eletromec

A
permeabil
de campo
uniforme

Já
permeabil
sendo apr

Ne
materiais
magnético

envolve as dimensões de cada trecho do circuito magnético e a característica do material do constituinte.

Podemos combinar as relutâncias de cada trecho de um circuito, simplificando e resolvendo através de associações série e paralelo.

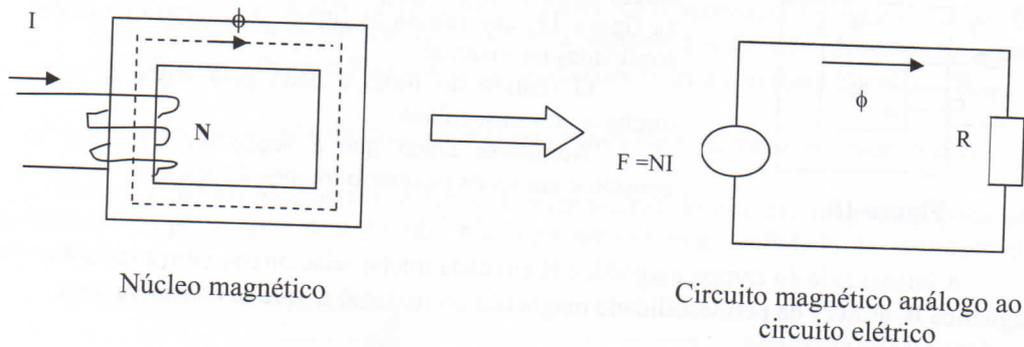


Figura 16 – núcleo ferromagnético e analogia com circuito elétrico

Observe as duas figuras abaixo, nas quais o material da figura 17a) tem permeabilidade magnética superior um pouco superior à do ar, enquanto o material da figura 17b) refere-se aos materiais ferromagnéticos usados normalmente em conversores eletromecânicos.

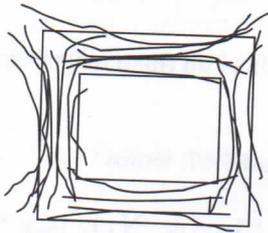


Figura 17a)

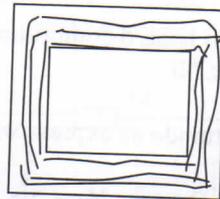


Figura 17b)

A distribuição de linhas de campo no núcleo da figura 17b, material com permeabilidade bem superior ao do ar, está confinada no interior do núcleo, ou seja, linhas de campo perdidas pelo ar são muito reduzidas, além de apresentar uma distribuição uniforme no interior do material com alta permeabilidade magnética.

Já na figura 17a, que representa um material ferromagnético com baixa permeabilidade, uma parcela considerável das linhas de campo “fogem” para o ar, não sendo aproveitadas no interior do núcleo ferromagnético.

Nesse primeiro instante, iremos estudar circuitos magnéticos compostos por materiais ferromagnéticos com características da figura 17b, em que todo o fluxo magnético está confinado no interior do núcleo.

Imaginemos que na figura 17b seja imposta uma força magnetomotriz = NI, ou seja, coloca-se uma bobina de N espiras, por onde circula uma corrente de excitação contínua de valor I.

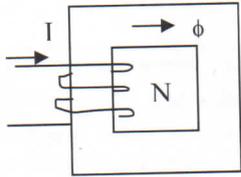


Figura 18

A força magnetomotriz aplicada gera um campo magnético B, ora representado pelo fluxo magnético ϕ na figura 18, que retrata as linhas de campo que estão confinadas no material.

O sentido do fluxo é dado pela regra da mão direita ou do saca-rolhas.

Admite-se ainda que a seção do ferro S_{Fe} é constante em todos os quatro trechos do núcleo.

A intensidade do campo magnético H em cada trecho relaciona-se com a indução magnética B, através da permeabilidade magnética do material μ , que se considera uma grandeza escalar constante.

$$B_F = \mu_F \cdot H_F \quad (17)$$

onde:

$$B_F = \phi / S_{Fe} \quad (18)$$

Recorrendo à Lei Circuital de Ampère, que estabelece que a circulação do vetor campo magnético H ao longo de um contorno fechado é igual à soma das correntes enlaçadas por este contorno, podemos escrever:

$$H_F \cdot l_{médio} = N \cdot I = FMM \quad (19)$$

Sendo o $l_{médio}$ o comprimento médio do percurso do fluxo magnético e FMM a força magnetomotriz NI.

Substituindo as expressões 18 e 19 na expressão 17, temos:

$$B_F = \mu_F \cdot H_F = \mu_F \cdot N \cdot I / l_{médio} \rightarrow \phi / S_{Fe} = \mu_F \cdot N \cdot I / l_{médio} \rightarrow$$

$$\phi = N \cdot I / (l_{médio} / \mu_F \cdot S_{Fe}) \quad (20)$$

O termo $(l_{médio} / \mu_F \cdot S_{Fe})$ é chamado relutância magnética R, grandeza que depende da geometria e das características magnéticas de cada trecho que compõe o circuito magnético total. O inverso da relutância magnética R é chamado de Permeância (P).

Assim, a equação (20) pode ser escrita como:

$$FMM = NI = \phi \cdot R \quad (21)$$

Nesse curso de conversão eletromecânica de energia, vamos considerar:

- a) os circuitos magnéticos são constituídos por peças com formas geométricas espaciais em geral bem definidas.

- b) O fluxo magnético é constante em todos os trechos da mesma malha, para uma mesma força magnetomotriz; independe do material ou da seção nos vários trechos da mesma malha, isto é, o fluxo é o mesmo em todos os trechos.
- c) A indução magnética B vai depender da seção de cada trecho. A seção efetiva magnética é composta apenas pelo material ferromagnético. Quando o núcleo for empilhado, entre as lâminas existe material isolante que deve ser deduzido da seção. Assim, o fator de empilhamento é utilizado para fazer a correção: $S_{fe} = k_e \cdot S_{total}$
- d) Supõe-se que a indução magnética B seja constante e uniforme em cada trecho.

Com as considerações acima, a forma tridimensional do circuito magnético pode ser trabalhada no plano, isso sem dúvida, nos trará uma enorme facilidade na resolução do circuito:

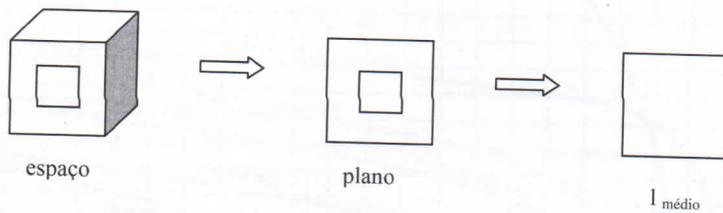


Figura 19 – Simplificação do circuito magnético

O fato de trabalharmos no plano cria uma identidade com o circuito elétrico, no caso, de uma malha, em que cada trecho por onde circulará o fluxo magnético é representado por uma relutância, podendo-se fazer uso das Leis de Kirchoff para resolução desse circuito.

$$FMM = N \cdot I = H_F \cdot l_{médio} \text{ (Lei da malha)}$$

$$\sum \phi = 0 \text{ (Lei do nó)}$$

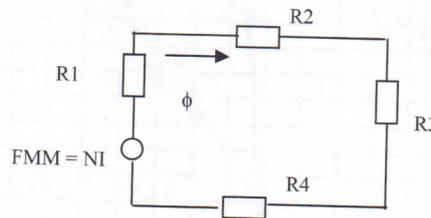
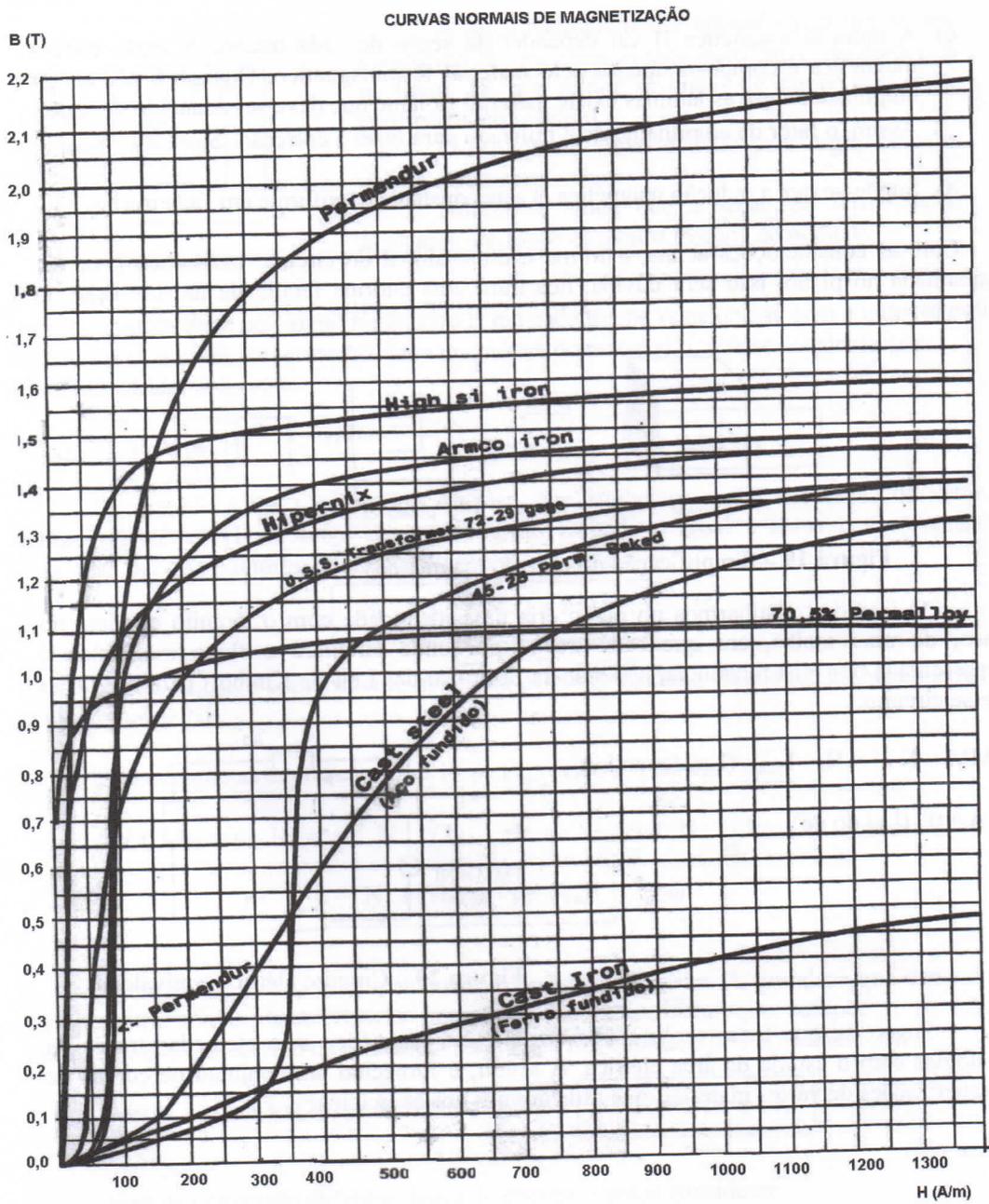


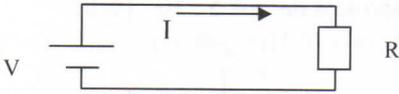
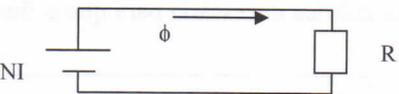
Figura 20 – Circuito elétrico equivalente

Sugere-se que toda resolução de um circuito magnético seja efetuada através de analogias com o estudo da área elétrica. A seguir, é fornecido um conjunto de curvas de magnetizações de vários materiais que utilizaremos nos exercícios:

CURVAS NORMAIS DE MAGNETIZAÇÕES



2.2 TABELA DE ANALOGIAS ENTRE OS CIRCUITOS ELÉTRICO E MAGNÉTICO

Circuito elétrico	Circuito magnético
	
Força eletromotriz: V [V]	Força magnetomotriz: $F = NI$ [Aesp]
Corrente elétrica: I [A]	Fluxo magnético: ϕ [Wb]
Resistência elétrica: R [Ω]	Relutância magnética: R [Aesp/Wb]
Densidade de corrente: J [A/m ²]	Densidade de fluxo: B [Wb/m ²]
Intensidade de campo elétrico: E [V/m]	Intensidade de campo magnético: H [Aesp/m]
Condutância: G [S]	Permeância: P [Wb/Aesp]
Leis de Ohm: $\rightarrow V = R \cdot I$ $R = \rho \cdot l / S$	Leis de Ohm: $\rightarrow F = NI = R \cdot \phi$ $R = l / (\mu \cdot S)$
Leis de Kirchoff: \rightarrow no nó: $\sum I = 0$ na malha: $\sum V = 0$	Leis de Kirchoff: \rightarrow no nó: $\sum \phi = 0$ na malha: $\sum NI = \sum R \cdot \phi = \sum H \cdot l = 0$

2.3 EXCITAÇÃO COM CORRENTE CONTÍNUA:

A resolução de circuito magnético basicamente divide-se em dois tipos:

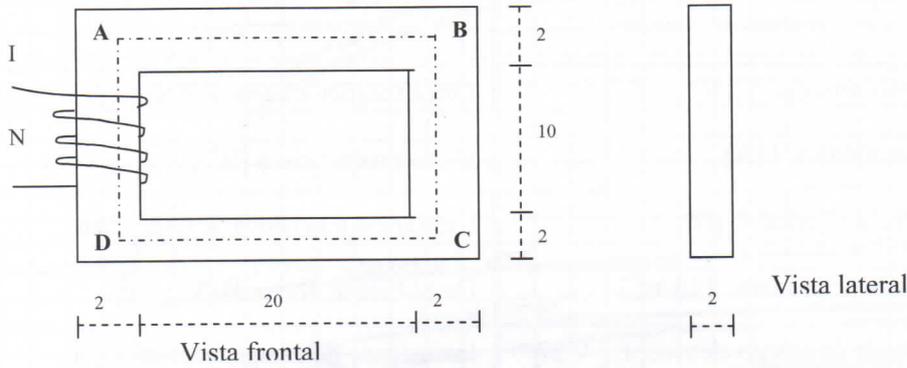
- a) onde o fluxo magnético é imposto e deseja-se determinar a corrente de excitação necessária para criar o campo magnético dado.
- b) onde se deseja determinar o fluxo magnético para uma determinada situação do circuito.

2.3.1 Primeiro tipo de exercício: conhece-se o fluxo e a FMM é a incógnita.

Iniciaremos pelo caso a, onde o fluxo magnético é dado. O circuito magnético escolhido é bem simples, e iremos aproveitar o mesmo circuito magnético, mudando o material e posteriormente suas as dimensões, justamente para que o leitor perceba como é a

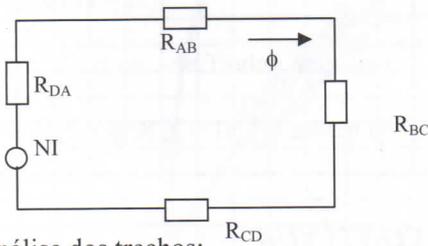
variação da corrente elétrica (consumo de energia), quando algum detalhe do dispositivo eletromecânico é alterado.

Exercício 2.1: O dispositivo abaixo é constituído pelo material “cast steel”. As dimensões estão em centímetros, e o número de espiras da bobina é de 100 espiras. Determinar a corrente elétrica necessária para que o fluxo magnético seja de: $\phi = 5 \cdot 10^{-4}$ [Wb]



O circuito pode ser dividido em quatro trechos (posteriormente veremos que poderíamos trabalhar com menos trechos) AB, BC, CD e DA, em que cada trecho tem uma característica de comprimento e seção.

a) circuito elétrico equivalente:



b) Análise dos trechos:

O comprimento é sempre o comprimento médio de cada trecho. Consultar o gráfico da página 25:

Trecho AB	Trecho BC	Trecho CD	Trecho DA
$l = 22 \cdot 10^{-2} \text{ m}$	$l = 12 \cdot 10^{-2} \text{ m}$	$l = 22 \cdot 10^{-2} \text{ m}$	$l = 12 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
$S = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$			
$B = \phi/S = 5 \cdot 10^{-4} / 4 \cdot 10^{-4} = 1,25 \text{ [Wb/m}^2\text{]}$	$B = \phi/S = 5 \cdot 10^{-4} / 4 \cdot 10^{-4} = 1,25 \text{ [Wb/m}^2\text{]}$	$B = \phi/S = 5 \cdot 10^{-4} / 4 \cdot 10^{-4} = 1,25 \text{ [Wb/m}^2\text{]}$	$B = \phi/S = 5 \cdot 10^{-4} / 4 \cdot 10^{-4} = 1,25 \text{ [Wb/m}^2\text{]}$
Entra no gráfico do material “cast stell” e obtém-se o valor de H: $H = 1125 \text{ [Aesp/m]}$	Entra no gráfico do material “cast stell” e obtém-se o valor de H: $H = 1125 \text{ [Aesp/m]}$	Entra no gráfico do material “cast stell” e obtém-se o valor de H: $H = 1125 \text{ [Aesp/m]}$	Entra no gráfico do material “cast stell” e obtém-se o valor de H: $H = 1125 \text{ [Aesp/m]}$

Como o circuito equivalente é um circuito série, o fluxo magnético é o mesmo em todos os trechos. Nesse exercício, a seção transversal de cada trecho também é constante; sendo assim, tanto o valor de B como o valor de H são constantes para o circuito magnético.

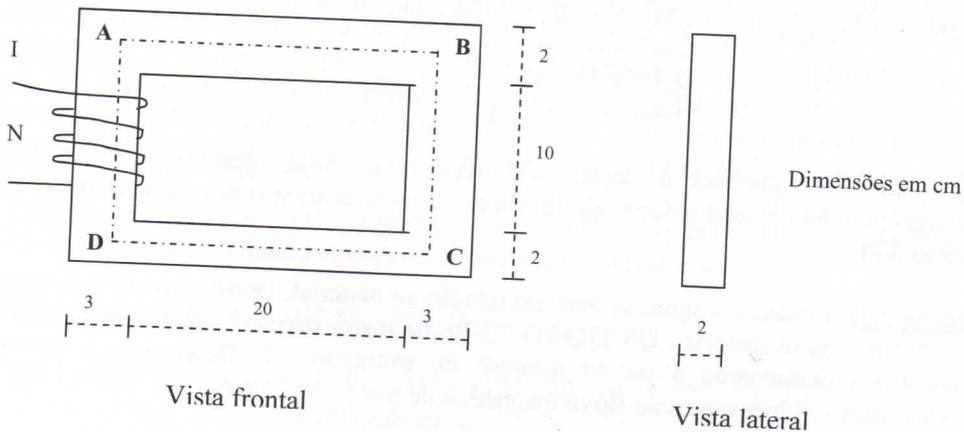
c) Equacionando a malha através da 2ª lei de Kirchoff, tem-se:

$$NI = (H \cdot l)_{AB} + (H \cdot l)_{BC} + (H \cdot l)_{CD} + (H \cdot l)_{DA}$$

$$100 \cdot I = 1125 \cdot 22 \cdot 10^{-2} + 1125 \cdot 12 \cdot 10^{-2} + 1125 \cdot 22 \cdot 10^{-2} + 1125 \cdot 12 \cdot 10^{-2}$$

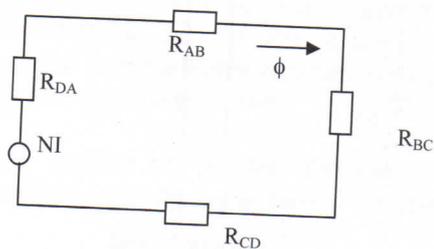
$$I = 7,65 \text{ [A]}$$

Exercício 2.2: Utilizaremos o mesmo núcleo do exercício 2.1, constituído do mesmo material "cast Steel", quando se deseja obter o mesmo fluxo magnético no interior do material igual a $\phi = 5 \cdot 10^{-4}$ [Wb]. A única alteração efetuada é que as colunas (trechos verticais) passaram de 2cm para 3 cm, ou seja, optamos por gastar mais material ferromagnético. Determinar qual o novo valor da corrente de excitação necessária.



a) circuito elétrico equivalente:

Continua sendo válido um circuito com quatro trechos em série, onde o fluxo magnético é o mesmo em todos os trechos.



b) Análise dos trechos:

A única alteração que ocorreu é na seção dos trechos BC e DA, afetando a indução magnética e a intensidade de campo magnético nestes trechos. Observe que os comprimentos médios dos trechos AB e CD também foram alterados.

Trecho AB	Trecho BC	Trecho CD	Trecho DA
$l = 23 \cdot 10^{-2} \text{ m}$	$l = 12 \cdot 10^{-2} \text{ m}$	$l = 23 \cdot 10^{-2} \text{ m}$	$l = 12 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
$S = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$	$S = 6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$	$S = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$	$S = 6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$
$B = \phi/S = 5 \cdot 10^{-4} / 4 \cdot 10^{-4} = 1,25 \text{ [Wb/m}^2\text{]}$	$B = \phi/S = 5 \cdot 10^{-4} / 6 \cdot 10^{-4} = 0,83 \text{ [Wb/m}^2\text{]}$	$B = \phi/S = 5 \cdot 10^{-4} / 4 \cdot 10^{-4} = 1,25 \text{ [Wb/m}^2\text{]}$	$B = \phi/S = 5 \cdot 10^{-4} / 6 \cdot 10^{-4} = 0,83 \text{ [Wb/m}^2\text{]}$
Entra no gráfico do material "cast stell" e obtém-se o valor de H: $H = 1125 \text{ [Aesp/m]}$	Entra no gráfico do material "cast stell" e obtém-se o valor de H: $H = 525 \text{ [Aesp/m]}$	Entra no gráfico do material "cast stell" e obtém-se o valor de H: $H = 1125 \text{ [Aesp/m]}$	Entra no gráfico do material "cast stell" e obtém-se o valor de H: $H = 525 \text{ [Aesp/m]}$

c) Equacionando a malha através da 2ª lei de Kirchoff, tem-se:

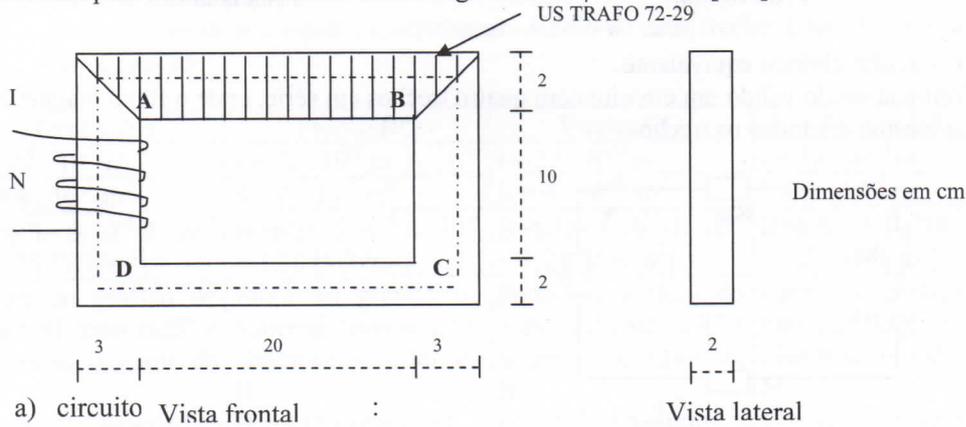
$$NI = (H \cdot l)_{AB} + (H \cdot l)_{BC} + (H \cdot l)_{CD} + (H \cdot l)_{DA}$$

$$100 \cdot I = 1125 \cdot 23 \cdot 10^{-2} + 525 \cdot 12 \cdot 10^{-2} + 1125 \cdot 23 \cdot 10^{-2} + 525 \cdot 12 \cdot 10^{-2}$$

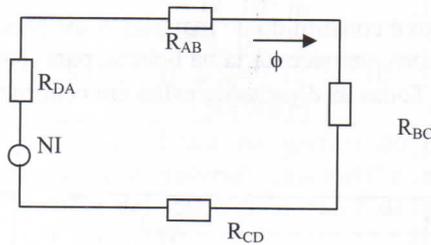
$$I = 6,43 \text{ [A]}$$

nota: quando se aumenta a seção dos trechos, ou seja, gasta-se mais material ferromagnético, houve uma redução de 15,9% na corrente elétrica consumida em relação ao exercício 2.1).

Exercício 2.3: A mudança agora se dará em relação ao material. Optaremos por substituir o trecho AB por outro material, US TRAF0 72-29, de maior permeabilidade magnética. Os demais dados continuarão a ser os mesmos do exercício 2.2. Determinar a corrente necessária para se obter o mesmo fluxo magnético de $\phi = 5 \cdot 10^{-4} \text{ [Wb]}$.



Continua válido um circuito com quatro trechos em série, onde o fluxo magnético é o mesmo em todos os trechos. Três trechos são de material “cast steel” e um trecho de material “US TRAF0 72-29”.



b) Análise dos trechos:

Em relação a tabela do exercício 2.2, a única alteração que ocorreu é no tipo de material do trecho AB. Isso faz com que tenhamos que consultar a curva do material “US TRAF0 72-29”, obtendo um valor diferenciado nesse trecho para a intensidade do campo magnético (H).

Trecho AB	Trecho BC	Trecho CD	Trecho DA
$l = 23 \cdot 10^{-2} \text{ m}$	$l = 12 \cdot 10^{-2} \text{ m}$	$l = 23 \cdot 10^{-2} \text{ m}$	$l = 12 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
$S = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$	$S = 6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$	$S = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$	$S = 6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$
$B = \phi/S = 5 \cdot 10^{-4} / 4 \cdot 10^{-4} = 1,25 \text{ [Wb/m}^2\text{]}$	$B = \phi/S = 5 \cdot 10^{-4} / 6 \cdot 10^{-4} = 0,83 \text{ [Wb/m}^2\text{]}$	$B = \phi/S = 5 \cdot 10^{-4} / 4 \cdot 10^{-4} = 1,25 \text{ [Wb/m}^2\text{]}$	$B = \phi/S = 5 \cdot 10^{-4} / 6 \cdot 10^{-4} = 0,83 \text{ [Wb/m}^2\text{]}$
Entra no gráfico do material US TRAF0 e obtém-se o valor de H: $H = 500 \text{ [Aesp/m]}$	Entra no gráfico do material cast stell e obtém-se o valor de H: $H = 525 \text{ [Aesp/m]}$	Entra no gráfico do material cast stell e obtém-se o valor de H: $H = 1125 \text{ [Aesp/m]}$	Entra no gráfico do material cast stell e obtém-se o valor de H: $H = 525 \text{ [Aesp/m]}$

c) Equacionando a malha através da 2ª lei de Kirchoff, tem-se:

$$NI = (H \cdot l)_{AB} + (H \cdot l)_{BC} + (H \cdot l)_{CD} + (H \cdot l)_{DA}$$

$$100 \cdot I = 500 \cdot 23 \cdot 10^{-2} + 525 \cdot 12 \cdot 10^{-2} + 1125 \cdot 23 \cdot 10^{-2} + 525 \cdot 12 \cdot 10^{-2}$$

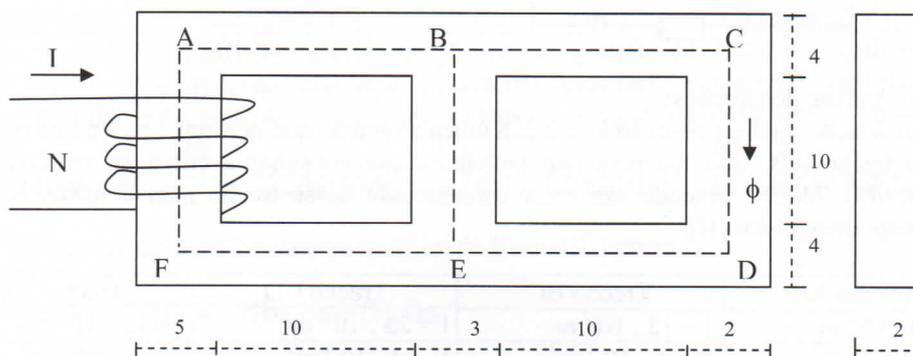
$I = 5,0 \text{ [A]}$

nota: a mudança de apenas um dos trechos para um material com permeabilidade magnética melhor possibilitou uma economia de corrente elétrica da ordem de 22,2% em relação ao exercício 2.2, ou seja, o gasto adicional com a utilização de um material ferromagnético com melhores características magnéticas é compensado pela economia na energia de entrada do dispositivo.

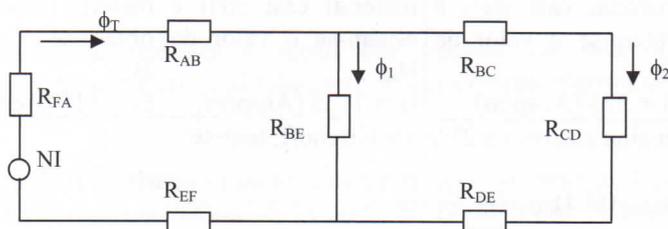
Um formato de núcleo ferromagnético muito utilizado, principalmente em transformadores, é o de dupla janela, conforme ilustrado no exercício 2.4. Nesse caso,

quando desenhamos o circuito elétrico equivalente, fica evidente que a resolução passa por uma associação série – paralelo.

Exercício 2.4: O núcleo ferromagnético abaixo é constituído de material “Cast Steel”, com número de espiras igual a 100. Determinar a corrente necessária na bobina, para que o fluxo no trecho CD seja igual a $\phi = 2,0 \cdot 10^{-4}$ [Wb]. Todas as dimensões estão em centímetros.



a) circuito elétrico equivalente:



O circuito elétrico equivalente está representado por duas malhas. Pode ser resolvido pelas seguintes equações:

$$\text{Malha 1: } NI = R_{FA} \cdot \phi_T + R_{AB} \cdot \phi_T + R_{EF} \cdot \phi_T + FMM_{BE} = H_{FA} \cdot l_{FA} + H_{AB} \cdot l_{AB} + H_{EF} \cdot l_{EF} + FMM_{BE}$$

$$\text{Malha 2: } FMM_{BE} = R_{BC} \cdot \phi_2 + R_{CD} \cdot \phi_2 + R_{DE} \cdot \phi_2 = H_{BC} \cdot l_{BC} + H_{CD} \cdot l_{CD} + H_{DE} \cdot l_{DE}$$

B) Análi

Tre
$l = 12,5$
$S = 8 \cdot 10^{-4}$
$B = \phi/S =$ $= 0,25$ [T]
Entra no
material
obtem-se
H:
$H = 225$

Aplican

$FMM_{BE} =$

Como :

F

se o valo

Determi

$\phi_1 = B_{BE}$

Determi

$\phi_T = \phi_1 +$

$10^{-4} = 1$

Entra no

material

obtem-s

H:

$H = 730$

Utilizan

$NI = H_{F}$
 $100 \cdot l =$

B) Análise dos trechos:

Trecho BC	Trecho CD	Trecho DE
$l = 12,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$	$l = 14 \cdot 10^{-2} \text{ m}$	$l = 12,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
$S = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$	$S = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$	$S = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$
$B = \phi/S = 2 \cdot 10^{-4}/8 \cdot 10^{-4} = 0,25 \text{ [Wb/m}^2\text{]}$	$B = \phi/S = 2 \cdot 10^{-4}/4 \cdot 10^{-4} = 0,50 \text{ [Wb/m}^2\text{]}$	$B = \phi/S = 2 \cdot 10^{-4}/8 \cdot 10^{-4} = 0,25 \text{ [Wb/m}^2\text{]}$
Entra no gráfico do material "cast steel" e obtém-se o valor de H: $H = 225 \text{ [Aesp/m]}$	Entra no gráfico do material "cast steel" e obtém-se o valor de H: $H = 350 \text{ [Aesp/m]}$	Entra no gráfico do material "cast steel" e obtém-se o valor de H: $H = 225 \text{ [Aesp/m]}$

Aplicando a equação da malha 2, tem-se:

$$FMM_{BE} = 225 \cdot 12,5 \cdot 10^{-2} + 350 \cdot 14 \cdot 10^{-2} + 225 \cdot 12,5 \cdot 10^{-2} = 105,25 \text{ [Aesp]}$$

$$\text{Como : } FMM_{BE} = 105,25 = H_{BE} \cdot l_{BE} \text{ e } l_{BE} = l_{CD} = 14 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$H_{BE} = 751,8 \text{ [Aesp/m]}$ → entrando no gráfico do "cast steel" com $H = 751,8$ obtém-se o valor de B para o trecho BE → $B_{BE} = 1,07 \text{ [T]}$

Determinação do fluxo magnético ϕ_1 :

$$\phi_1 = B_{BE} \cdot S_{BE} = 1,07 \cdot 6 \cdot 10^{-4} = 6,42 \cdot 10^{-4} \text{ [Wb]}$$

Determinação do fluxo magnético total ϕ_T :

$$\phi_T = \phi_1 + \phi_2 = 6,42 \cdot 10^{-4} + 2,0 \cdot 10^{-4} = 8,42 \cdot 10^{-4} \text{ [Wb]}$$

Trecho AB	Trecho EF	Trecho FA
$l = 14,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$	$l = 14,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$	$l = 14,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
$S = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$	$S = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$	$S = 10 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$
$B = \phi/S = 8,42 \cdot 10^{-4}/8 \cdot 10^{-4} = 1,05 \text{ [Wb/m}^2\text{]}$	$B = \phi/S = 8,42 \cdot 10^{-4}/8 \cdot 10^{-4} = 1,05 \text{ [Wb/m}^2\text{]}$	$B = \phi/S = 8,42 \cdot 10^{-4}/10 \cdot 10^{-4} = 0,84 \text{ [Wb/m}^2\text{]}$
Entra no gráfico do material "cast steel" e obtém-se o valor de H: $H = 730 \text{ [Aesp/m]}$	Entra no gráfico do material "cast steel" e obtém-se o valor de H: $H = 730 \text{ [Aesp/m]}$	Entra no gráfico do material "cast steel" e obtém-se o valor de H: $H = 550 \text{ [Aesp/m]}$

Utilizando a equação da malha 1, determina-se a corrente necessária:

$$NI = H_{FA} \cdot l_{FA} + H_{AB} \cdot l_{AB} + H_{EF} \cdot l_{EF} + FMM_{BE}$$

$$100 \cdot l = 550 \cdot 14 \cdot 10^{-2} + 730 \cdot 14 \cdot 10^{-2} + 730 \cdot 14 \cdot 10^{-2} + 105,25$$

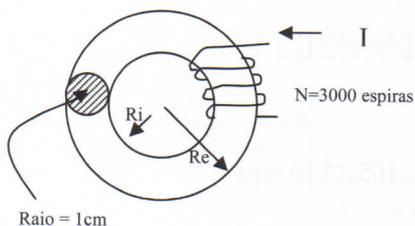
$$I = 3,86 \text{ [A]}$$

Exercício 2.5: Um núcleo toroidal feito de material ferromagnético ($\mu_r = 3000$) possui uma bobina com 3000 espiras. O raio externo é igual a 8cm e o raio interno igual a 6cm. Sabendo que a seção transversal é circular com raio igual a 1,0cm, e que se deseja obter um fluxo magnético igual a $\phi = 0,5 \cdot 10^{-3}$ [Wb], determine:

- a corrente necessária para o núcleo de material ferromagnético.
- repetir para um núcleo idêntico, porém não magnético.

a) núcleo magnético:

$$\oint B \cdot dl = \mu_0 \cdot N \cdot I$$



a) para núcleo ferromagnético

$$B = \phi/S = 0,5 \cdot 10^{-3} / \pi \cdot (1 \cdot 10^{-2})^2 = 1,59 \text{ [T]}$$

$$H = B/\mu = 1,59 / (4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3000) = 421,8 \text{ [Aesp/m]}$$

$$H \cdot lm = NI \rightarrow I = 421,8 \cdot (2\pi \cdot 7 \cdot 10^{-2}) / 3000 = 61,8 \text{ m [A]}$$

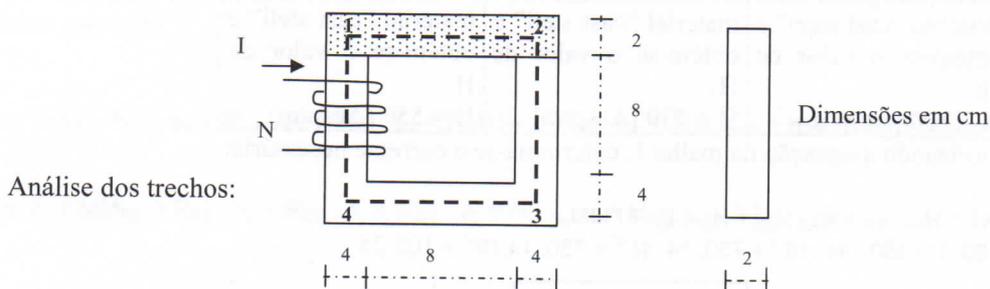
b) para núcleo não-magnético:

$$B = 1,59 \text{ [T]} \rightarrow H_0 = B/\mu_0 = 1,59 / 4\pi \cdot 10^{-7} = 1265281,8 \text{ [Aesp/m]}$$

$$H_0 \cdot lm = NI \rightarrow I = 1265281,8 \cdot (2\pi \cdot 7 \cdot 10^{-2}) / 3000 = 185,5 \text{ [A]}$$

Exercício 2.6: O núcleo ferromagnético abaixo é constituído por dois materiais: USS TRAFO 72-29, na parte hachurada e aço fundido na parte lisa. Sabendo que o fluxo magnético $\phi = 4,8 \cdot 10^{-4}$ [Wb], determine:

- força magnetomotriz. NI na bobina.
- força magnetomotriz no trecho 1-2.
- a densidade de fluxo B no trecho 2-3.
- a intensidade do campo magnético H no trecho 3-4.



No trecho de USS trafo 72-29, temos duas seções diferentes, o que define dois trechos desse material. Já no material aço fundido, como a seção é a mesma em todo o comprimento do material, podemos trabalhar como um único trecho.

USS Trafo 72-29		Aço fundido
Trecho Horizontal	Trechos verticais	Trecho em "U"
$l = 12,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$	$l = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$	$l = 32,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
$S = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$	$S = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$	$S = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$
$B = \phi/S = 4,8 \cdot 10^{-4}/4 \cdot 10^{-4} = 1,2 \text{ [Wb/m}^2\text{]}$	$B = \phi/S = 4,8 \cdot 10^{-4}/8 \cdot 10^{-4} = 0,6 \text{ [Wb/m}^2\text{]}$	$B = \phi/S = 4,8 \cdot 10^{-4}/10 \cdot 10^{-4} = 0,6 \text{ [Wb/m}^2\text{]}$
Entra no gráfico do material USS Trafo 72-29 e obtém-se o valor de H: $H = 400 \text{ [Aesp/m]}$	Entra no gráfico do material USS Trafo 72-29 e obtém-se o valor de H: $H = 80 \text{ [Aesp/m]}$	Entra no gráfico do material aço fundido e obtém-se o valor de H: $H = 400 \text{ [Aesp/m]}$

Equacionando pela 2ª lei de Kirchoff:

$$NI = H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_3 l_3$$

$$NI = 400 \cdot 12,0 \cdot 10^{-2} + 80 \cdot 2,0 \cdot 10^{-2} + 400 \cdot 32,0 \cdot 10^{-2} \rightarrow FMM = NI = 177,6 \text{ Aesp.}$$

2.3.2 Núcleos ferromagnéticos com entreferro:

Os dispositivos eletromecânicos apresentam como característica uma parte do núcleo que é móvel, que, no caso dos conversores eletromecânicos, se movimenta para realizar trabalho. Sempre teremos um trecho de ar entre a parte móvel e o restante do núcleo. Esta parte de ar é o entreferro, que pode assumir formas diversas, dependendo do dispositivo, como, por exemplo, em máquinas elétricas rotativas, entreferro é radial, pois a parte móvel tem a forma de um cilindro.

O entreferro apresenta uma descontinuidade de ar no núcleo de material ferromagnético

Nas construções eletromecânicas, o entreferro é sempre o menor possível, a fim de não elevar a relutância do circuito para valores incompatíveis com o bom desempenho do dispositivo. O fenômeno que ocorre no entreferro traduz-se por uma tentativa de fuga das linhas de campo, aumentando a seção por onde o fluxo magnético passa pelo entreferro. Veja a figura 21:

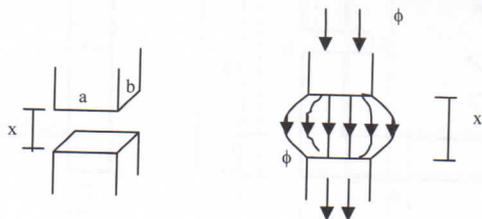


Figura 21 -Entreferro com comprimento x - efeito do espalhamento.

Na figura 21 observa-se que as linhas de campo se deformam quando encontram o ar (entreferro). Este fenômeno é chamado de espraiamento de fluxo.

Para se levar em consideração o efeito do espraiamento, visto que existe uma redução da indução magnética B no entreferro, uma vez que a seção efetiva por onde o fluxo passa aumenta, deve-se aumentar cada dimensão pelo comprimento do entreferro.

No caso da figura na página anterior, onde temos uma seção retangular, a área do núcleo ferromagnético será :

$$S_{FE} = a \cdot b$$

Já a área efetiva do entreferro com comprimento igual a x terá o seguinte valor:

$$S_o = (a + x) \cdot (b + x) \quad (22)$$

Caso a seção do núcleo ferromagnético seja circular, tem-se:

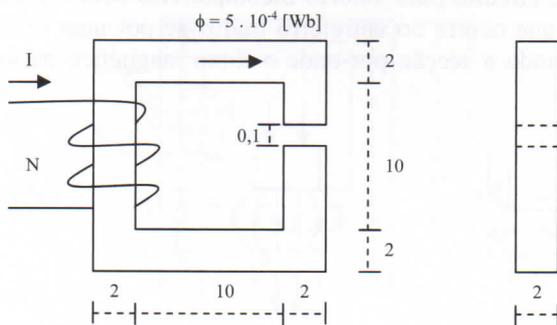
$$S_{FE} = \pi \cdot r^2$$

E a área efetiva do entreferro será:

$$S_o = \pi \cdot (r + x)^2 \quad (23)$$

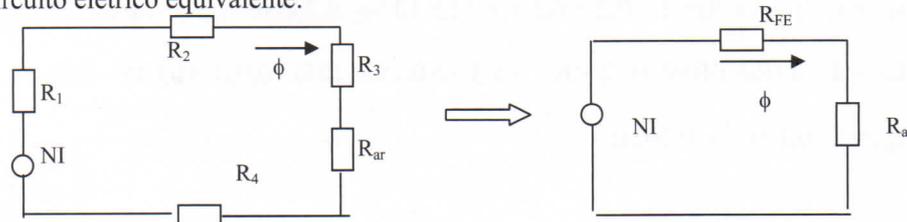
Na resolução de circuitos magnéticos, quando estamos montando o circuito elétrico equivalente, o entreferro aparece como um segundo material, sendo representado por uma relutância do ar (R_o), em série com o restante do trecho considerado.

Exercício 2.7: O núcleo abaixo é constituído de material aço fundido, possuindo um entreferro de 0,1 cm. Todas as dimensões estão em centímetros e são apresentadas duas vistas: frontal e lateral do núcleo. Determinar a força magnetomotriz (NI) para se obter um fluxo magnético de $\phi = 5 \cdot 10^{-4}$ [Wb].



Como temos apenas um material ferromagnético, com seções constantes em todo núcleo, pode-se considerar um trecho único de material ferromagnético e um trecho de ar.

a) circuito elétrico equivalente:



b) análise dos trechos:

Trecho: ferromagnético	Trecho: ar (entreferro)
$l = 47,9 \cdot 10^{-2} \text{ m}$	$l_0 = 0,1 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
$S = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$	$S_0 = (2 + 0,1) \cdot (2 + 0,1) 10^{-4}$
$B = \phi / S = 5 \cdot 10^{-4} / 4 \cdot 10^{-4} = 1,25 \text{ [T]}$	$S_0 = 4,41 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$
Consultar gráfico do material “cast steel” e obter o valor de H:	$B_0 = \phi / S_0 = 5 \cdot 10^{-4} / 4,41 \cdot 10^{-4}$
$H = 1130 \text{ [Aesp/m]}$	$B_0 = 1,133 \text{ [T]}$
	Neste caso H_0 sai da relação:
	$H_0 = B_0 / \mu_0 = 1,133 / 4\pi \cdot 10^{-7}$
	$H_0 = 9 \cdot 10^5 \text{ [Aesp/m]}$

c) Equacionando:

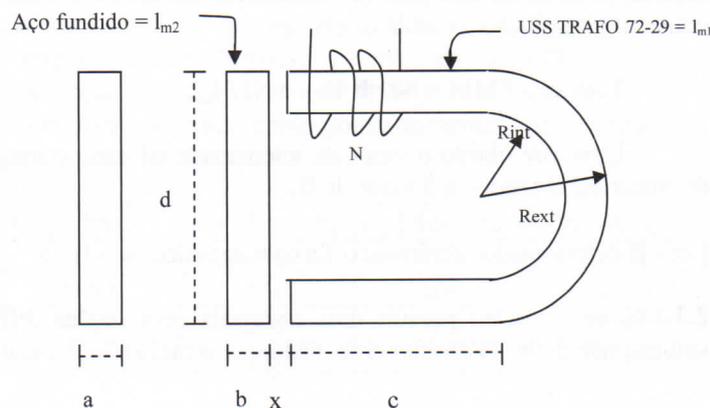
$$NI = H_{FE} \cdot l_{FE} + H_0 \cdot l_0 = 1130 \cdot 47,9 \cdot 10^{-2} + 9 \cdot 10^5 \cdot 0,1 \cdot 10^{-2} \implies NI = 1441,27 \text{ [Aesp]}$$

Exercício 2.8: Uma bobina de 800 espiras é responsável pela FMM no núcleo ferromagnético abaixo. O núcleo é composto por dois materiais (material 1= USS TRAFO 72-29 e material 2= aço fundido).

Considere o espreamento e determine a corrente necessária de forma a manter um fluxo magnético de $40 \cdot 10^{-4} \text{ [Wb]}$, através dos entreferos de 0,1cm cada.

Dados:

- Rexterno = 15 cm
- Rinterno = 10cm
- a = 8 cm
- b = 5cm
- c = 20cm
- d = 30cm
- x = 0,1cm
- seção retangular uniforme ao longo do núcleo.



a) Determinação dos comprimentos médios do núcleo:

$$l_{m1} = c + c + 2\pi.Rm/2 = 0,2 + 0,2 + \pi.12,5.10^{-2} = 0,793 \text{ m}$$

$$l_{m2} = d - 2.(R_{ext}-R_m) + b/2 + b/2 = 0,3 - 2(0,15-0,125) + 0,025 + 0,025 = 0,3 \text{ m}$$

$$l_{m0} = 2 \cdot 0,1.10^{-2} = 0,002 \text{ m}$$

b) Determinação das seções transversais do núcleo:

$$S_1 = S_2 = (R_{ext} - R_{int}) \cdot a = (5.10^{-2}) \cdot (8.10^{-2}) = 40 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$S_0 = (0,05+0,001) \cdot (0,08+0,001) = 41,31 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

c) induções magnéticas e respectivas intensidades de campos magnéticos:

$$B_1 = \phi / S_1 = 40 \cdot 10^{-4} / 40 \cdot 10^{-4} = 1 \text{ [Wb/m}^2\text{]} \rightarrow \boxed{\text{USS TRAF0 72-29}} \rightarrow H_1 = 200 \text{ [Aesp/m]}$$

$$B_2 = \phi / S_2 = 40 \cdot 10^{-4} / 40 \cdot 10^{-4} = 1 \text{ [Wb/m}^2\text{]} \rightarrow \boxed{\text{Aço fundido}} \rightarrow H_2 = 675 \text{ [Aesp/m]}$$

$$B_0 = \phi / S_0 = 40.10^{-4} / 41,31 \cdot 10^{-4} = 0,968 \text{ [T]} \rightarrow \boxed{\text{Entreferr}} \rightarrow H_0 = B_0 / \mu_0 = 770310 \text{ [Aesp/m]}$$

d) Equação magnética do núcleo:

$$NI = H_1 \cdot l_{m1} + H_2 \cdot l_{m2} + H_0 \cdot l_{m0}$$

$$800 \cdot I = 200 \cdot 0,793 + 675 \cdot 0,3 + 770310 \cdot 0,002 \implies I = 2,38 \text{ [A]}$$

2.3.3 Segundo tipo de exercício: conhece-se a FMM, e o fluxo magnético é a incógnita.

2.3.3.a) se o núcleo não possuir entreferro e for composto por um único material com seção constante, a solução é obtida diretamente:

$$\text{Tem-se a FMM} = NI \rightarrow H_{FE} = NI / l_{fe} .$$

Uma vez obtido o valor da intensidade de campo magnético, consulta-se o gráfico do material, obtendo-se o valor de B.

Com B determinado, obtém-se o fluxo magnético: $\phi = B / S$

2.3.3.b) se o núcleo possuir dois materiais com seções diferentes ou com entreferro, a solução não é obtida diretamente, visto que o meio não é linear.

Observe
Exercício
120 [Ae

I
N

Método

A
anterior
C
C
I
sobre o
A
trecho, e

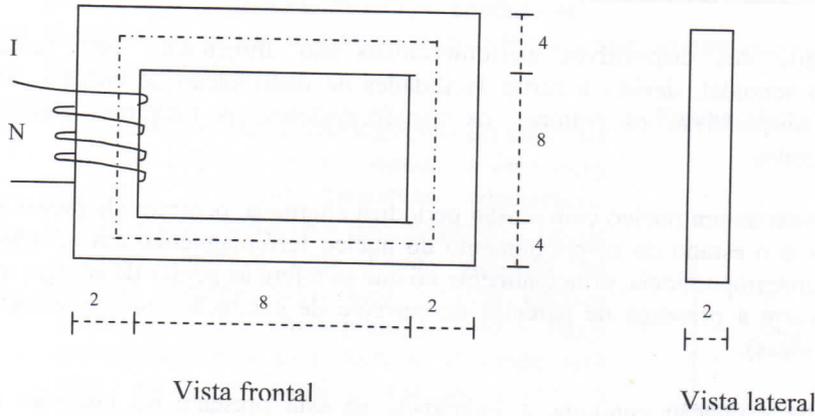
N
Trecho

C
[Aesp/m
C
C
F
valor de

$\phi \times 10^{-4}$
2,8
2,4
2,0
1,8

Observe o exercício abaixo:

Exercício 2.9: Considere o núcleo feito com material aço fundido, e que a FMM = NI = 120 [Aesp]. Determine o fluxo magnético.



Método das tentativas:

Adota-se um fluxo e determina-se a FMM correspondente como nos exercícios anteriores.

Quando o fluxo corresponder a FMM dada, esse fluxo será a solução.

Como adotar o fluxo?

Inicia-se por um fluxo menor do que o obtido, se toda a FMM estivesse aplicada sobre o material de maior relutância.

A partir daí, vamos decrescendo o valor do fluxo e calculando o B e o H de cada trecho, equacionando o circuito magnético até chegar no valor da FMM = NI dada.

No caso, o circuito acima será dividido em dois trechos:

Trecho 1: $S=8 \text{ cm}^2$; $l= 20,0 \text{ cm}$

Trecho 2: $S= 4 \text{ cm}^2$; $l= 24,0 \text{ cm}$

O trecho de maior relutância é o trecho 2. Assim: $H_2 l_2 = NI = 120 \rightarrow H_2 = 500$ [Aesp/m].

Consultando a curva de magnetização do "Cast Steel" temos $B_2= 0,76$ [T].

O fluxo magnético nesta situação será: $\phi_2 = 3,04 \times 10^{-4}$ [Wb].

Passamos agora para as tentativas, tomando como ponto de partida, por exemplo, o valor de fluxo de $2,8 \cdot 10^{-4}$ [Wb], preenchamos a tabela a seguir:

$\phi \times 10^{-4}$ [Wb]	B_1 [Wb/m ²]	B_2 [Wb/m ²]	H_1 [Aesp/m]	H_2 [Aesp/m]	NI [Aesp]
2,8	0,35	0,70	280	460	166,4
2,4	0,30	0,60	250	400	146
2,0	0,25	0,50	225	350	129
1,8	0,23	0,45	210	325	120

Conclusão: o fluxo no núcleo ferromagnético é $1,8 \times 10^{-4}$ [Wb], que corresponde a $FMM = 120$ [Aesp].

2.4 EXCITAÇÃO COM CORRENTE ALTERNADA:

Grande parte dos dispositivos eletromecânicos são alimentados com tensão alternante do tipo senoidal, devido a certas facilidades na distribuição de energia. São exemplos desses dispositivos os reatores, os transformadores, as máquinas elétricas síncronas e assíncronas.

Quando se excita um núcleo com tensão periódica alternada, ocorrem alterações no campo magnético, e o estudo do comportamento do núcleo ferromagnético em relação à curva $B=f(H)$ assume importância, principalmente no que se refere às perdas de energia que ocorrem neste caso e à presença de parcelas de corrente de excitação com frequências diferentes (harmônicas).

No caso de excitação contínua, a indutância só está presente no intervalo do transitório, diferentemente da excitação alternada, em que a indutância influi no comportamento do regime permanente, e esta indutância não se mantém constante, caso o núcleo não for linear.

O fluxo magnético é função da $FMM = NI$. Se a corrente for periódica, o fluxo também será periódico.

2.4.1 Lei de Faraday:

Faraday estabeleceu uma importante relação entre a variação de fluxo magnético e a tensão induzida. Segundo a lei de Faraday, se numa bobina de N espiras ocorrer uma variação de fluxo magnético em função do tempo, nos terminais da mesma bobina aparecerá uma força eletromotriz (f.e.m.) induzida.

Considere o fluxo concatenado (λ) numa bobina com N espiras como: $\lambda = N \cdot \phi$

Segundo a Lei de Faraday, a f.e.m. induzida nos terminais desta bobina será:

$e(t) = - d\lambda / dt$; substituindo o fluxo concatenado, temos: $e(t) = - d(N \cdot \phi) / dt$

$e(t) = - (N \cdot d\phi / dt + \phi \cdot dN/dt)$; como $N = \text{constante} \rightarrow$ $e(t) = - N \cdot d\phi / dt$ (24)

Pode-se considerar $e(t)$ como uma reação da bobina contra a variação do fluxo no tempo dt . Assim, se o fluxo $\phi(t)$ for crescente no tempo dt , $e(t)$ pode criar uma fmm cujo fluxo $\phi_1(t)$ age contra o $\phi(t)$, mas, se $\phi(t)$ for decrescente no tempo dt , $e(t)$ pode criar uma fmm cujo fluxo $\phi_1(t)$ age no sentido de $\phi(t)$.

Interpr
a) Ob
ap
ve
co
b) A
fig
C
x
a
ta
F
c
in
c
P
c
s
c) Sup
co
cha
E
I
Fi
bobin
electro
ligada