kroton
paixão por educar

GRADUAÇÃO PRESENCIAL
1º semestre- 2016

Circuitos Elétricos II
Engª Elétrica– 6º/ 7ºsemestres

Profº. Ms.Cristiano Malheiro

cmalheiro@anhanguera.com
cmalheiro@aedu.com

http://cristianotm.wix.com/aulas

1

Aula 5

Bibliografia Básica

1. DORF, Richard C.; SVOBODA, James A. **Introdução aos Circuitos Elétricos**. 8ª edição. Rio de Janeiro: LTC- Livros Tecnicos e Científicos, 2012.

Na nossa biblioteca: 19 exemplares- **621.3815 D749i 8.ed.**

Análise Básica de Circuitos para Engenharia, 10ª edição

2. IRWIN, J. David. **Análise Básica de Circuitos para Engenharia**. 10ªed. São Paulo: LTC, 2013.

Na biblioteca ebook:
http://187.86.214.60/pergamum/biblioteca/index.php?id=ANHAN

1. Análise básica de circuitos para engenharia - 10 / 2013 - (E-book)
on-line
IRWIN, J. David. **Análise básica de circuitos para engenharia.** 10. Rio de Janeiro LTC 2013 1 recurso online ISBN 978-85-216-2320-5.
Exemplares | Marc

2

kroton
paixão por educar

Aula 5

Circuito RC

- Ser capaz de calcular os valores iniciais das correntes nos indutores e das tensões nos capacitores para os circuitos transientes
- Saber como calcular as tensões e as correntes no regime transiente dos circuitos de primeira ordem
- Saber como calcular as tensões e as correntes no regime transiente dos circuitos de segunda ordem

(Pág. 245- Capítulo 7- Análise Básica de Circuitos em Engenharia- Irwin)

Este capítulo descreve as variações das tensões e das correntes nos circuitos resultantes da alimentação por meio de fontes de níveis constantes de um valor para outro. Os capacitores, os indutores e os resistores são conectados em série ou em paralelo, modelando-se, assim, as transições desde circuitos simples até os mais complexos. A extensão para fontes de tensão em pulsos de ondas quadradas demonstra a dinâmica de múltiplos chaveamentos. As transições ocorrentes nas tensões e nas correntes de um circuito, as quais serão estudadas neste capítulo, representam princípios que podem ser aplicados em uma grande variedade de dispositivos. Enquanto alguns parecem óbvios, outros, como aqueles utilizados na medição do gelo no mar, apresentam um impacto maior em nosso futuro.

kroton
paixão por educar

Aula 5

Circuito RC

Neste capítulo discute-se o que normalmente é conhecido como análise transiente. Inicia-se a análise com os circuitos de primeira ordem – isto é, aqueles que contêm apenas um único elemento armazenador de energia. Quando apenas um desses elementos está presente na rede, esta pode ser descrita por uma equação diferencial de primeira ordem.

A análise aqui apresentada envolve a descrição e a avaliação do comportamento de um circuito em função do tempo após a ocorrência de uma variação brusca na rede pela abertura ou pelo fechamento de uma chave. Devido à presença de um ou mais elementos armazenadores, a resposta de um circuito a uma variação brusca passa por um período de acomodação antes de o circuito se estabilizar em uma configuração de regime estacionário. Este período de transição será examinado cuidadosamente na análise transiente aqui abordada.

$$C\frac{dv_C(t)}{dt} + \frac{v_C(t)}{R} = 0$$

$$\frac{dv_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC}v_C(t) = 0$$

$$v_C(t) = V_s e^{-t/RC}$$

kroton
paixão por educar

Aula 5

Circuito RC

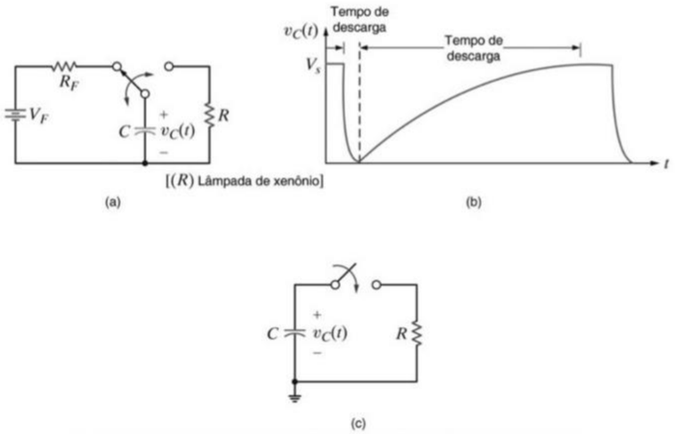


Figura 7.1 Diagramas utilizados para descrever o circuito do flash de uma câmera.

kroton paixão por educar

Aula 5

Circuito RC

TÉCNICAS DE ANÁLISE

O Procedimento da Equação Diferencial A Eq. (7.11) define a forma geral da solução dos circuitos transientes de primeira ordem; isto é, ela representa a solução da equação diferencial que descreve uma corrente ou uma tensão incógnita *em qualquer posição da rede*. Uma das formas de se chegar a essa solução é resolver a equação que descreve o comportamento da rede utilizando o que é frequentemente chamado de *procedimento da variável de estado*. Nessa técnica, escreve-se a equação da tensão entre os terminais do capacitor e/ou a equação da corrente que passa pelo indutor. Lembre-se do Capítulo 6 que essas grandezas não podem variar instantaneamente. Inicialmente, ilustra-se essa técnica no sentido geral e, em seguida, são examinados dois exemplos específicos.

Considere o circuito mostrado na Fig. 7.3a. No tempo $t = 0$, a chave é fechada. A equação da LKC que descreve a tensão no capacitor para um tempo $t > 0$ é

$$C\frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t) - V_F}{R} = 0$$

ou

$$\frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{RC} = \frac{V_F}{RC}$$

Pelo desenvolvimento anterior, admite-se que a solução dessa equação diferencial de primeira ordem tem a forma

$$v(t) = K_1 + K_2 e^{-t/\tau}$$

A substituição dessa solução na equação diferencial fornece

$$-\frac{K_2}{\tau}e^{-t/\tau} + \frac{K_1}{RC} + \frac{K_2}{RC}e^{-t/\tau} = \frac{V_F}{RC}$$

Igualando-se os termos constantes e os termos exponenciais, obtém-se

$$K_1 = V_F$$
$$\tau = RC$$

Portanto,

$$v(t) = V_F + K_2 e^{-t/RC}$$

kroton paixão por educar

Aula 5

Circuito RC

Portanto,

$$v(t) = V_F + K_2 e^{-t/RC}$$

em que V_F é o valor da tensão em regime estacionário, e RC é a constante de tempo da rede. A constante K_2 é determinada pela condição inicial do capacitor. Por exemplo, se o capacitor está inicialmente descarregado (isto é, a tensão entre seus terminais é nula em $t = 0$), tem-se

$$0 = V_F + K_2$$

ou

$$K_2 = -V_S$$

Logo, a solução completa para a tensão $v(t)$ é

$$v(t) = V_F - V_S e^{-t/RC}$$

Aula 5

Circuito RC

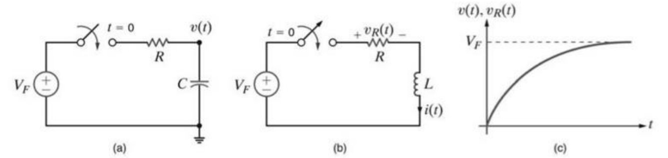


Figura 7.3 (a) Circuito *RC*, (b) circuito *RL*, (c) representação gráfica da tensão no capacitor em (a) e da tensão no resistor em (b).

O circuito mostrado na Fig. 7.3b pode ser examinado de forma similar. A equação da LKT que descreve a corrente no indutor para $t > 0$ é

$$L\frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = V_F$$

Um desenvolvimento idêntico ao empregado anteriormente fornece

$$i(t) = \frac{V_F}{R} + K_2 e^{-\left(\frac{R}{L}\right)t}$$

em que V_F/R é o valor da corrente em regime estacionário e L/R é a constante de tempo do circuito. Caso não exista corrente inicial no indutor, tem-se, para $t = 0$,

$$0 = \frac{V_F}{R} + K_2$$

e

$$K_2 = \frac{-V_F}{R}$$

Portanto,

$$i(t) = \frac{V_F}{R} - \frac{V_F}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$$

é a solução completa. Note que o cálculo da tensão entre os terminais do resistor pode ser obtido por

$$v_R(t) = Ri(t) = V_F\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

Portanto, verifica-se que a tensão entre os terminais do capacitor no circuito *RC* e a tensão entre os terminais do resistor no circuito *RL* apresentam a mesma forma geral. Uma representação gráfica dessas funções é mostrada na Fig. 7.3c.

Aula 5

Circuito RC

EXEMPLO 7.1

Considere o circuito mostrado na Fig. 7.4a. Admita que a chave fique na posição 1 por um longo tempo e que no tempo $t = 0$ ela seja acionada para a posição 2. Deseja-se calcular a corrente $i(t)$ para $t > 0$.

SOLUÇÃO

Em $t = 0-$ o capacitor está completamente carregado e não conduz qualquer corrente, uma vez que ele funciona como um circuito aberto com tensão CC. A tensão inicial entre os terminais do capacitor pode ser obtida utilizando a divisão de tensão. Conforme mostrado na Fig. 7.4b, tem-se

$$v_C(0-) = 12\left(\frac{3\text{k}}{6\text{k} + 3\text{k}}\right) = 4 \text{ V}$$

Para $t > 0$ a rede é a mostrada na Fig. 7.4c. A equação decorrente da aplicação da LKC para a tensão entre os terminais do capacitor é

$$\frac{v(t)}{R_1} + C\frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{R_2} = 0$$

Utilizando os valores dos componentes, a equação fica

$$\frac{dv(t)}{dt} + 5v(t) = 0$$

A forma da solução dessa equação homogênea é

$$v(t) = K_2 e^{-t/\tau}$$

Substituindo essa solução na equação diferencial, obtém-se $\tau = 0{,}2$ s. Assim,

$$v(t) = K_2 e^{-t/0{,}2} \text{ V}$$

Utilizando a condição inicial $v_C(0-) = v_C(0+) = 4$ V, obtém-se a solução completa, qual seja,

$$v(t) = 4e^{-t/0{,}2} \text{ V}$$

Assim, a corrente $i(t)$ pode ser expressa por

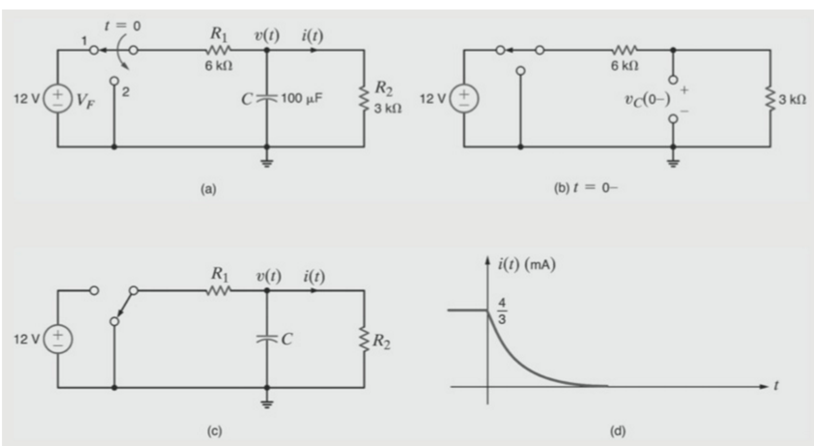
$$i(t) = \frac{v(t)}{R_2}$$

ou

$$i(t) = \frac{4}{3} e^{-t/0{,}2} \text{ mA}$$

Aula 5

Circuito RC



Aula 5

Circuito RC

EXEMPLO 7.2

A chave da rede mostrada na Fig. 7.5a abre em $t = 0$. Seja a determinação da tensão de saída $v_s(t)$ para $t > 0$.

SOLUÇÃO

Em $t = 0-$ o circuito está no regime estacionário e o indutor atua como um curto-circuito. A corrente inicial que passa pelo indutor pode ser obtida de várias formas; todavia, será obtida a equivalência de Thévenin da parte da rede à esquerda do indutor, conforme mostrado na Fig. 7.5b. Com base nessa rede, obtém-se $I_1 = 4$ A e $V_{ca} = 4$ V. Além disso, $R_{Th} = 1\ \Omega$. Assim, pela Fig. 7.5c, obtém-se $i_L(0-) = 4/3$ A.

A rede para $t > 0$ é mostrada na Fig. 7.5d. Observe que a fonte independente de 4 V e o resistor de 2 Ω em série com ela não produzem qualquer impacto no circuito resultante. A equação da LKT referente ao circuito é

$$-V_{F_1} + R_1 i(t) + L\frac{di(t)}{dt} + R_3 i(t) = 0$$

que, após a substituição dos valores dos componentes, reduz-se a

$$\frac{di(t)}{dt} + 2i(t) = 6$$

A solução dessa equação possui a forma

$$i(t) = K_1 + K_2 e^{-t/\tau}$$

a qual, quando substituída na equação diferencial, fornece

$$K_1 = 3$$
$$\tau = 1/2$$

Portanto,

$$i(t) = (3 + K_2 e^{-2t})\ \text{A}$$

Avaliando-se essa função na condição inicial, que é

$$i_L(0-) = i_L(0+) = i(0) = 4/3\ \text{A}$$

obtém-se

$$K_2 = \frac{-5}{3}$$

Logo,

$$i(t) = \left(3 - \frac{5}{3}e^{-2t}\right)\ \text{A}$$

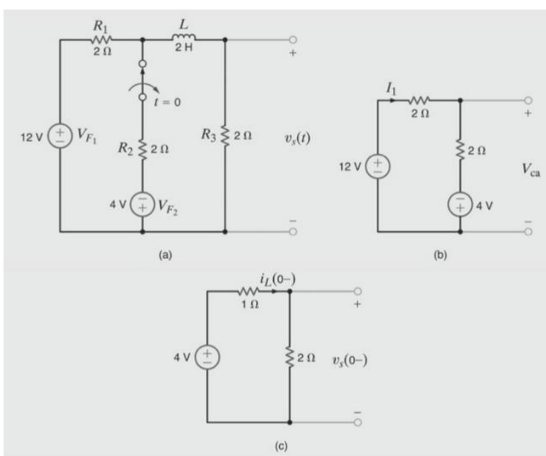
e, portanto,

$$v_s(t) = 6 - \frac{10}{3}e^{-2t}\ \text{V}$$

Um gráfico da curva referente à tensão $v_s(t)$ é mostrado na Fig. 7.5e.

Aula 5

Circuito RC



Aula 5

Circuito RC

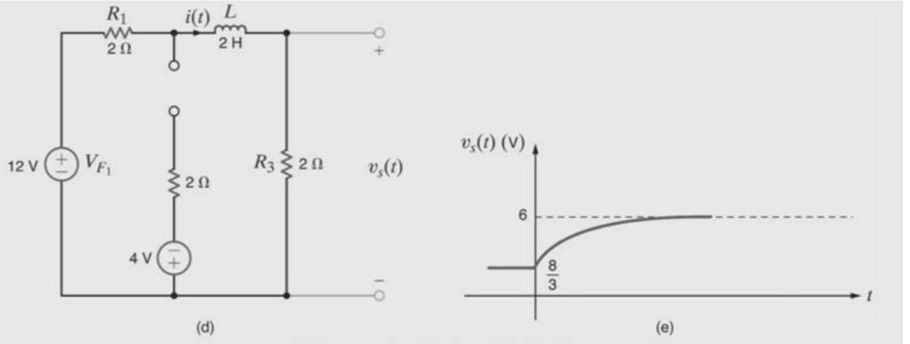


Figura 7.5 Análise de um circuito *RL*.

kroton paixão por educar

Bibliografia desta aula:

1. DORF, Richard C.; SVOBODA, James A. **Introdução aos Circuitos Elétricos**. 8ª edição. Rio de Janeiro: LTC- Livros Tecnicos e Científicos, 2012.

2. IRWIN, J. David. **Análise de Circuitos em Engenharia**. 4ªed. São Paulo: Makron Books, 2010.

kroton

paixão por educar

Anhanguera fama LFG pitágoras UNIASSELVI unic ANHANGUERA UNIDERP unime UNIRONDON unopar