



kroton
paixão por educar

GRADUAÇÃO PRESENCIAL
1º semestre- 2017

Cálculo Numérico
Eng^a Elétrica/ Eng^a Produção– 5º
semestre

Prof^o. Ms. Cristiano Malheiro

cmalheiro@aedu.com

<http://cristiano1m.wix.com/aulas>

1



Aula 13

Critérios de Avaliação

1. Avaliações (ambiente online):

B1 – peso 4- 1º bimestre:

- 10 pontos (avaliações e atividades das unidades 1 e 2- online)

B2 – peso 6 – 2º bimestre:

- 3 pontos (**Presencial**: Listas de Exercícios- aula/ casa)
- 7 pontos (Avaliação Oficial Presencial **30/05 ou 06/06/2017*****).
(avaliações e atividades das unidades 1 e 2- online)

SUB – toda a matéria

- 10 pontos (avaliação prevista para **19/06/2017*****).



Aula 13

ANEXO A

CRONOGRAMA DE ATIVIDADES

Apresentação da disciplina	06/02/2017	
Disponibilização da Unidade 1	06/02/2017	
Atividades e Avaliações da Unidade 1	06/02/2017	10/04/2017
Disponibilização da Unidade 2	27/02/2017	
Atividades e Avaliações da Unidade 2	27/02/2017	10/04/2017
Disponibilização de notas da Avaliação B1 no Portal do Aluno	19/04/2017	
Disponibilização da Unidades 3	20/03/2017	
Atividades e Avaliações da Unidade 3	20/03/2017	28/05/2017
Disponibilização da Unidades 4	24/04/2017	
Atividades e Avaliações da Unidade 4	24/04/2017	28/05/2017
Avaliação Oficial Presencial	22/05/2017	27/05/2017
Atividade Discursiva	10/04/2017	28/05/2017
Disponibilização de notas da Avaliação Oficial B2 no Portal do Aluno	30/06/2017	

3



Aula 13

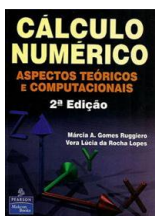
Bibliografia Básica Padrão (Definitivo)

Cálculo Numérico

1. SANTOS, João C. **Cálculo Numérico**. AVA. Ambiente Virtual de Aprendizagem.

João Carlos dos Santos
Gabriela Faria Barcelos Giblin

2. RUGGIERO, Márcia A. G. **Cálculo Numérico: Aspectos Teóricos e Computacionais**. 2ª edição. São Paulo: Pearson- Prentice Hall, 2012.
Na nossa biblioteca: 30 exemplares- 519.4 R871c



4





Aula 13

← avaeduc.com.br/course/view.php?id=54

AVA

Página inicial / Cálculo Numérico

- Orientações gerais
- Livro didático
- Unidade de ensino 1
- Unidade de ensino 2
- Unidade de ensino 3
- Unidade de ensino 4
- Atividade discursiva
- Informações avaliação presencial

ORIENTAÇÕES GERAIS

- Manual da Disciplina
- Acesse aqui o Cronograma de Atividades
- Quadro de Avisos
- Plano de Aula (oculto)

kroton
paixão por educar



Aula 13

Atividade Diagnóstica e Atividade de Aprendizagem

1 Questão

Ainda não respondida

Essa questão Vale 1,00 ponto(s).

Considere uma máquina cuja representação de números é definida por base dez, quatro algarismos na mantissa e expoentes com intervalos entre $[-5,5]$. Ao representar o número 73,758 e calcular os erros absolutos e relativos, podemos afirmar que:

Escolha uma:

- ☐ a. O número $\bar{x} = 0,7376 \cdot 10^2$ é a representação do número 73,758
- ☐ b. O erro absoluto é 0,004
- ☐ c. O erro absoluto e o relativo são iguais.
- ☐ d. A representação por arredondamento correta é $\bar{x} = 0,7375 \cdot 10^2$
- ☐ e. O erro relativo encontrado é 0,002%

Próximo



Aula 13

Unidade 4- Seção 4.1- Motivação

Caro aluno, nessa Unidade estudaremos Integração Numérica, que é uma técnica que nos permite obter o valor aproximado da integral de uma função $f(x)$ num intervalo $[a, b]$. Geralmente usamos essa técnica quando a integração da função $f(x)$, pelo método analítico, ou seja, por Cálculo Diferencial e Integral, não conseguimos expressar a função primitiva por meio de funções elementares.

Estudaremos a Integração Numérica pela Fórmula de Newton-Cotes, Regra do Trapézio e Regra de Simpson; como a integração numérica nos fornece um valor aproximado, também estudaremos o Erro na Integração Numérica.

A integração numérica tem grande aplicação nas áreas Sociais, Saúde, Tecnológicas, Econômicas, Financeiras e de Ciências Exatas. A seguir veremos uma situação hipotética que nos ajudará a desenvolver os conceitos e as técnicas com uma visão prática:



Aula 13

Unidade 4- Seção 4.1- Motivação

Uma cidade apresenta uma taxa de crescimento populacional $f(x)$ [mil habitantes / ano] em função do tempo x [ano]:

$$f(x) = 200 + e^{0,6x}$$

Três grandes lojistas, S & S Supermercados, Magazine Sul e KLM Veículos têm a intenção de implantarem filiais nessa cidade e, para isso, precisam conhecer qual será o crescimento populacional entre 3 e 4,5 anos. Para isso a S & S Supermercados fez uso da integração pela fórmula de Newton-Cote, a Magazine Sul aplicou a Regra do Trapézio e a KLM Veículos usou a

Regra de Simpson. A prefeitura local por sua vez apresentou o Estudo de Erro em função da Integração Numérica aplicada.

Em cada uma das seções seguintes você será convidado a se colocar no lugar de cada um dos lojistas e, ao final dessa unidade, você poderá responder a variação populacional buscada por eles, além de identificar as características de cada método e compreender as facilidades e dificuldades de utilização de cada um.





Aula 13

Seção 4.2

Regra dos Trapézios

Diálogo aberto

Caro aluno, nessa seção trataremos da Integração Numérica fazendo uso da Regra dos Trapézios e para isso desenvolveremos a resolução do problema do crescimento populacional.

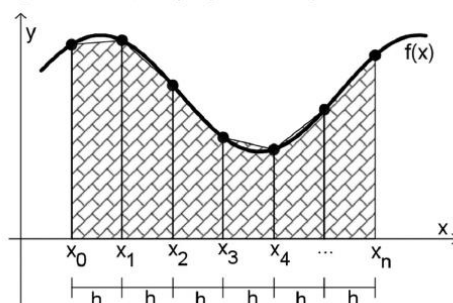
A Regra dos Trapézios é uma técnica de Integração Numérica que permite obter o valor aproximado da integral de uma função $f(x)$, $\int_a^b f(x) dx$, como visto na seção 4.1, também se aplica quando $f(x)$ é uma função muito complexa e se torna muito trabalhosa a integração pelas técnicas do Cálculo Diferencial e Integral.



Aula 13

A integração pela Regra dos Trapézios consiste em subdividir a área de integração, $\int_a^b f(x) dx$, em alguns trapézios, conforme Figura 4.1, e calcular a somatória dessas áreas. Esse processo permite obter o valor aproximado da $\int_a^b f(x) dx$.

Figura 4.1 | Interpretação gráfica da Regra dos Trapézios



Fonte: O autor (2015).

0





Aula 13

Utilizando essa estratégia, o cálculo da integral fica definido como a seguir:

n = número de trapézios que serão utilizados no cálculo de integração

h = altura de cada trapézio

$$h = \frac{x_n - x_0}{n} = \frac{b - a}{n}$$

Onde: $x_0 = a$; $x_1 = x_0 + h$; $x_2 = x_1 + h$; $\dots$; $x_n = x_{n-1} + h = b$

$$\int_a^b f(x) dx \cong 0,5h \{ f(x_0) + 2[f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) + \dots + f(x_{n-1})] + f(x_n) \}$$

11

kroton
paixão por educar



Aula 13

$$\int_a^b f(x) dx \cong \{ 0,5[f(x_0) + f(x_n)] + f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) + \dots + f(x_{n-1}) \} h$$

Se classificarmos:

Externos: $f(x_0)$ e $f(x_n)$

Internos: $f(x_1), f(x_2), f(x_3), \dots, f(x_{n-1})$

Podemos escrever a integral como a seguir:

$$\int_a^b f(x) dx \cong (0,5 \sum \text{Externos} + \sum \text{Internos}) h$$

12

kroton
paixão por educar



Aula 13

Pela Regra dos Trapézios, temos:

$$\int_a^b f(x) dx \cong \left\{ 0,5[f(x_0) + f(x_n)] + f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) + \dots + f(x_{n-1}) \right\} h$$

13

kroton
paixão por educar



Aula 13

Calcule $\int_1^3 \frac{100}{x^2 + 5} dx$ fazendo uso da integração pela Regra dos Trapézios para $n = 5$.

Resolução:

Definindo $h = \frac{b-a}{n}$

$$h = \frac{b-a}{n} = \frac{3-1}{5} = 0,4$$

14

kroton
paixão por educar



Aula 13

Assim:

$$x_0 = a = 1;$$

$$x_1 = x_0 + h = 1 + 0,4 = 1,4$$

$$x_2 = x_1 + h = 1,4 + 0,4 = 1,8$$

$$x_3 = x_2 + h = 1,8 + 0,4 = 2,2$$

$$x_4 = x_3 + h = 2,2 + 0,4 = 2,6$$

$$x_n = x_5 = x_{5-1} + h = 2,6 + 0,4 = 3 = b$$

Se desejamos $\int_1^3 \frac{100}{x^2 + 5} dx$, então $f(x) = \frac{100}{x^2 + 5}$

15



Aula 13

Conhecendo $f(x)$, calculamos $f(x_i)$:

x_i	$f(x_i)$
1	16,67
1,4	14,37
1,8	12,14
2,2	10,16
2,6	8,5
3	7,14

16





Aula 13

Seguindo a formulação:

$$\int_a^b f(x) dx \cong \left\{ 0,5[f(x_0) + f(x_n)] + f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) + \dots + f(x_{n-1}) \right\} h$$

Realizaremos a integração:

$$\int_1^3 \frac{100}{x^2 + 5} dx \cong [0,5(16,67 + 7,14) + 14,37 + 12,14 + 10,16 + 8,5] 0,4$$

$$\therefore \int_1^3 \frac{100}{x^2 + 5} dx \cong 22,83$$

17

kroton
paixão por educar



Aula 13

Veja uma forma mais prática de efetuar os cálculos:

	x_i	$f(x_i)$	Externos	Internos
Externo	1	16,67	16,67	
Interno	1,4	14,37		14,37
Interno	1,8	12,14		12,14
Interno	2,2	10,16		10,16
Interno	2,6	8,5		8,5
Externo	3	7,14	7,14	
Σ			23,81	45,17
			Σ Externos	Σ Internos

18

kroton
paixão por educar



Aula 13

$$\int_a^b f(x) dx \cong (0,5 \sum \text{Externos} + \sum \text{Internos}) h$$

$$\int_1^3 \frac{100}{x^2 + 5} dx \cong (0,5 \cdot 23,81 + 45,17) 0,4$$

$$\therefore \int_1^3 \frac{100}{x^2 + 5} dx \cong 22,83$$

19



Aula 13

Lista 10- Exercícios para 30/05/2017:

Exercício 1- Resolva pelo método do Trapézio (pag. 194):

Vamos relembrar do problema proposto inicialmente: uma cidade apresenta uma taxa de crescimento populacional $f(x)$ [mil habitantes / ano] em função do tempo x [ano]:

$$f(x) = 200 + e^{0,6x}$$

O lojista S & S Supermercados tem a intenção de implantar filiais nessa cidade e, para isso, precisa conhecer qual será o crescimento populacional entre 3 e 4,5 anos. Para isso a empresa S & S Supermercados fez uso da integração pela fórmula de Newton-Cotes, onde tempo x varia de 0,5 em 0,5 ano, ou seja, $h = 0,5$ ano.

20





Aula 13

Lista 10- Exercícios para 30/05/2017:

Exercício 2:

2. Calcule o valor aproximado da $\int_{1,4}^{1,8} \left(\frac{\sqrt{x} + 4x}{x^2} \right) dx$ fazendo uso da integração pela Regra dos Trapézios com $n = 5$. Depois assinale a alternativa que contém o valor mais próximo:

- a) 4,5.
- b) 2,1.
- c) 3,2.
- d) 1,2.
- e) 0,3.

21



Aula 13

Lista 10- Exercícios para 30/05/2017:

Exercício 3:

3. Calcule o valor aproximado da $\int_{2,2}^{2,8} \left(\frac{\sqrt{x} + \ln(4x)}{x} \right) dx$ fazendo uso da integração pela Regra dos Trapézios com $n = 6$. Depois assinale a alternativa que contém o valor mais próximo:

- a) 5,0.
- b) 3,2.
- c) 0,9.
- d) 1,8.

22





Bibliografia desta aula:

1. -PEA Cálculo Numérico–
Anhanguera Educacional.
2. Livro do AVA – Disciplina Cálculo
Numérico.

23



24