



kroton
paixão por educar

GRADUAÇÃO PRESENCIAL
2º semestre- 2016

Pesquisa Operacional
Eng^a. Produção–
7º semestre

Profº. Ms.Cristiano Malheiro

cmalheiro@anhanguera.com
cmalheiro@aedu.com

<http://cristiano1m.wix.com/aulas>

1



Aula 1

Critérios de Avaliação

1. Avaliações:

B1 – peso 4- 1º bimestre:

- 3 pontos (laboratórios, participação e atividades)
- 7 pontos (avaliação prevista para **28/03/2017**).

B2 – peso 6 – 2º bimestre:

- 3 pontos (laboratórios, participação e atividades)
- 7 pontos (avaliação confirmada para **30/05/2017**).

SUB – toda a matéria (Substitui a menor nota):

- 10 pontos (avaliação prevista para **20/06/2017**).

*****Datas de acordo com calendário acadêmico!!!**

2



Aula 1

Bibliografia Básica Padrão

1. Apostila Pesquisa Operacional- UNISA. Mauro Noriaki Takeda.
2. PLT391. Introdução à Pesquisa Operacional. Eduardo Leopoldino de Andrade. 4ed. Rio de Janeiro, 2009.

3



Aula 3- Lab.2

NOÇÕES DE ESTATÍSTICA, DISTRIBUIÇÕES E GRÁFICOS DE DISPERSÃO

4





Aula 3- Lab.2

Objetivos

- Introduzir algumas **ferramentas básicas de Análise Estatística**:
 - Permitem visualizar e compreender características de dados experimentais e realizar formas simples de inferência.
- Familiarizar o aluno com o **uso da ferramenta para automatizar tarefas de análise estatística**, que seria por demais tediosas ou (difíceis) de se realizar manualmente.
- A objetivo desta aula NÃO é esgotar o assunto da análise estatística de dados

5



Aula 3- Lab.2

Motivação

- A Estatística é um ramo da Matemática que estuda como se pode **usar uma amostra para tirar conclusões sobre um universo maior de objetos**, levando em conta que sempre há variação e incerteza nas medidas consideradas.
- **A Estatística está presente na base de toda a ciência experimental**, pois ela fornece diretrizes para a coleta de dados, permite comparar diferentes hipóteses e avaliar a precisão dos resultados obtidos experimentalmente.

6





Aula 3- Lab.2

Estatística

- Conjunto de técnicas que permite de forma sistemática as seguintes operações sobre dados:
 - Organizar
 - Descrever
 - Analisar
 - Interpretar

7



Aula 3- Lab.2

Análise estatística

A Análise Estatística pode ser dividida em duas áreas:

- **Estatística descritiva**
- **Estatística indutiva / inferencial**

8





Aula 3- Lab.2

Estatística descritiva

Voltada a **apresentação, organização e resumo numérico dos dados**:

- Pode incluir a construção de gráficos, gráficos tabelas e computação de várias medidas, tais como, medidas de tendência central (ex. a média), de dispersão (ex. a variância), de frequência (ex. percentagem), etc.
- O propósito deste tipo de estatística é de fazer com que os dados coletados **sejam compreendidos mais facilmente, seja em forma gráfica ou numérica** (tabelas).

Cuidado: "estatística" é o termo para o conjunto de procedimentos que conhecemos como "a estatística" mas também o termo geral para medidas descritivas deste tipo – p.ex., a média é "uma estatística".

9

kroton
paixão por educar

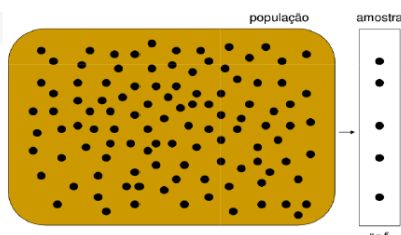


Aula 3- Lab.2

Estatística indutiva/inferencial

Voltada a realizar **estimativas a partir de uma amostra ou testar ideias teóricas (hipóteses)** com dados experimentais

Se uma amostra é representativa de uma população, conclusões importantes sobre a população podem ser inferidas de sua análise .



10

kroton
paixão por educar



Aula 3- Lab.2

Análise estatística: exemplos

■ Estatística Descritiva:

- O **número de acidentes** (= frequência) nas rodovias federais no estado de São Paulo antes e depois da Lei Seca;
- Gráfico com a **distribuição da idade** dos ingressantes nos Cursos de Engenharia da UNIAN

■ Estatística Indutiva/Inferencial:

- **Estimação da porcentagem da população que votará para um/a determinado/a candidato/a** à presidência, junto com uma margem de erro ("intervalo de confiança");
- **Teste estatístico de tendência de queda nas populações** de atum-rabilho entre 2000 e 2010, a partir de observações sistemáticas

11



Aula 3- Lab.2

Variáveis

- **Medição de certas características de interesse** para cada um dos casos presentes na amostra.
- As **características medidas são conhecidas como variáveis**. Por exemplo:
 - Estudo sobre habitantes de uma cidade, as variáveis podem ser: Altura, sexo, cor do cabelo, cor dos olhos, etc
- Divididas em dois tipos:
 - Independente
 - Dependente

12





Aula 3- Lab.2

Tipos de variáveis

Independente:

- Valores manipulados ou selecionados pelo pesquisador (meio, idade, mês).
- Podem ser ou não a “causa” da variável dependente.

Dependente:

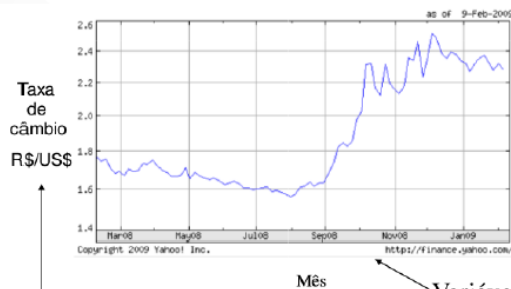
- Valores observados, contados, medidos, ... que não estejam sob controle direto do pesquisador (velocidade, taxa de câmbio).
- Podem ser “causadas” ou não pela variável independente.

13


 kroton
 paixão por educar


Tipos de variáveis

- Quando não há relação causal óbvia entre duas ou mais variáveis, qual é ‘independente’ ou ‘dependente’ é uma questão de rótulo.
- A variável ‘dependente’ é esta que analisamos em função dos valores de uma outra variável.



Variável dependente

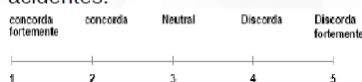




Aula 3- Lab.2

Variáveis discretas e contínuas

- **Variáveis quantitativas:**
expressas em valores numéricos $\leftrightarrow$ (quantitativas)
- **Discretas ou qualitativas:** Conjunto enumerável de valores
 - **Nominais = categóricas**
sem ordem natural de valores: {presente, ausente}, {homem, mulher}, estado de origem (UF), base DNA A/C/T/G.
 - **Ordinais**
com ordem natural de valores: Classe sócio-econômica (A-E ou "baixa", "média", "alta"), avaliação em escala *Likert* (nota 1-5), {PP, P, M, G, GG}, número de acidentes.



Aula 3- Lab.2

Variáveis discretas e contínuas

- **Contínuas:**
Conjunto não-enumerável, valores reais, não discretizados
- **Grandezas físicas ou químicas:**
Velocidade, força, probabilidade, concentração, acidez, taxa de câmbio.



Aula 3- Lab.2



Medidas de tendência central

17



Aula 3- Lab.2

Medidas de tendência central

- É conveniente **dispor de medidas** que informem sobre a amostra **de maneira mais resumida** do que os dados brutos são capazes de fazer.
- As medidas de tendência central cumprem este papel, dando o valor do ponto em torno do qual os dados se distribuem:
Valor 'médio' ou 'típico' de um conjunto de dados.
- Por exemplo, são medidas de tendência central:
 - Média
 - Mediana
 - Moda

18





Aula 3- Lab.2

Média aritmética

- É o 'centro de gravidade' dos dados.

Soma de um conjunto de valores dividida pelo número de valores do conjunto:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N}$$

N é o número total de observações

X_i é um valor do conjunto

19

kroton
paixão por educar



Aula 3- Lab.2

Média aritmética

Alunos (i)	Notas (x)
1	3,0
2	5,0
3	6,0
4	4,0
5	5,0
6	8,0
7	9,0
8	6,0
9	2,0
10	5,0
Total	53
Média	5,3



20

kroton
paixão por educar



Aula 3- Lab.2

Prática: Matlab- Média

```
-->x = 1:1:11
x =
    1     2     3     4     5     6     7     8     9    10    11.
```

```
-->mean(x)
ans =
    6.
```

```
-->sum(x)/length(x)
ans =
    6.
```

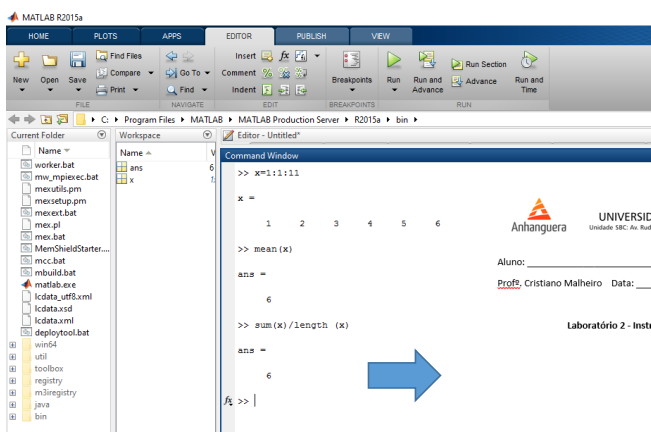
Inserir a simulação no Word!!!

21



Aula 3- Lab.2

Prática: Matlab



UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO - UNIAN
Unidade 18C: Av. Rudge Ramos, nº 1.501 - São Bernardo do Campo (SP) - 09616-000 - (11) 4382-9000

Aluno: _____ RA: _____

Prof. Cristiano Malheiro Data: _____ Engenharia _____

Laboratório 2 - Instrumentação Eletroeletrônica- Estatística

Inserir a simulação no Word!!!

22





Aula 3- Lab.2

Prática: Matlab- Média

```
-->x = rand(1,10);

-->mean(x)
ans =

    0.4175271

-->x = rand(1,1000000);

-->mean(x)
ans =

    0.4996488
```

Inserir a simulação no Word!!!

23



Aula 3- Lab.2

Mediana

Notas (x)	
3,0	→ 3;5;6;4;5;8;9;6;2;7;5
5,0	1) ↓
6,0	Escores ordenados:
4,0	2; 3; 4; 5; 5; 5; 6; 6; 7; 8; 9
5,0	Posição:
8,0	1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11
9,0	2) ↓
6,0	$i = (11 + 1)/2 = 6$
2,0	→ Meio = Sexta posição
7,0	→ Nota 5
5,0	2;3;4;5;5; 5 ;6;6;7;8;9

24





Aula 3- Lab.2

Prática: Matlab- Mediana

```
-->x = [3, 5, 6, 4, 5, 8, 9, 6, 2, 7, 5]
x =

    3.    5.    6.    4.    5.    8.    9.    6.    2.    7.    5.

-->median(x)
ans =

    5.

-->_sort(x)
ans =

    9.    8.    7.    6.    6.    5.    5.    5.    4.    3.    2.
```

Inserir a simulação no Word!!!

25



Aula 3- Lab.2

Prática: Matlab- Mediana

```
-->x = [3, 5, 6, 4, 5, 8, 9, 6, 2, 7, 5,100]
x =

    3.    5.    6.    4.    5.    8.    9.    6.    2.    7.    5.   100.

--> sort(x)
ans =

   100.    9.    8.    7.    6.    6. 5.    5.    5.    4.    3.    2.

-->median(x)
ans =

    5.5
```

No caso de um número par de sujeitos a mediana é a média entre os dois valores centrais.

Inserir a simulação no Word!!!

26





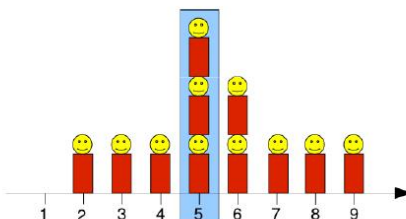
Aula 3- Lab.2

Prática: Matlab- Moda

Moda

- É a categoria que ocorre com maior frequência.

Sujeitos	Notas
2	1
3	1
4	1
5	3
6	2
7	1
8	1
9	1



27

kroton
paixão por educar



Aula 3- Lab.2

Moda

A moda pode não existir OU pode não ser única.

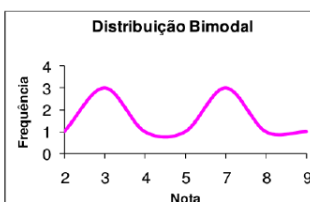
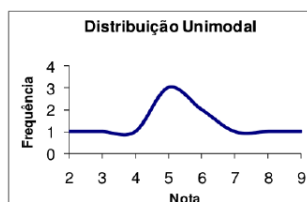
Exemplos:

1,1,3,3,5,7,7,7,11,13 → moda 7

3,5,8,11,13,18 → não tem moda

3,5,5,5,6,6,7,7,7,11,12 → tem duas modas: 5,7 (bimodal).

Sujeitos	Notas
2	1
3	3
4	1
5	1
7	3
8	1
9	1



28

kroton
paixão por educar



Aula 3- Lab.2

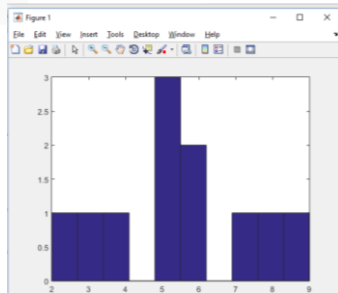
Prática: Matlab- Histograma

```
--> x = [3, 5, 6, 4, 5, 8, 9, 6, 2, 7, 5]
```

```
x =
```

```
3. 5. 6. 4. 5. 8. 9. 6. 2. 7. 5.
```

```
--> hist(x)
```



Inserir a simulação no Word!!!

29

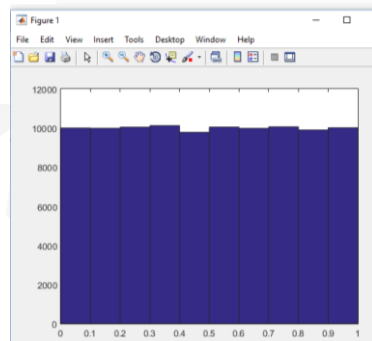


Aula 3- Lab.2

Prática: Matlab- Histograma

```
--> x = rand(1,1000000);
```

```
--> hist(x)
```



Inserir a simulação no Word!!!

30



Aula 3- Lab.2

Medidas de dispersão

31



Aula 3- Lab.2

Medidas de dispersão

- O processo de trabalhar com amostras introduz uma **variabilidade dos resultados obtidos**, pois cada amostra vai ter características ligeiramente diferentes
- Essa **variabilidade afeta nosso grau de confiança** nos resultados. Por isso, as medidas de variabilidade (ou dispersão) têm papel central na Estatística.
- Dentre as medidas de dispersão tem-se:
 - Variância
 - Desvio-padrão

32





Aula 3- Lab.2

Variância

- É a 'Média' dos quadrados dos desvios, onde desvio é a diferença entre cada dado e a média do conjunto.

Dados (X)	Desvios (X - $\bar{X}$)	Quadrados dos Desvios (X - $\bar{X}$) ²
0	-5	25
4	-1	1
6	1	1
8	3	9
7	2	4
$\bar{X} = 5$	$\sum (X - \bar{X}) = 0$	$\sum (X - \bar{X})^2 = 40$

$$s^2 = \frac{\sum (X - \bar{X})^2}{N - 1} = 40 / 4 = 10$$

33

kroton
 paixão por educar


Aula 3- Lab.2

Desvio padrão

- Raiz quadrada da variância

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{N - 1}} = \sqrt{10} = 3,16$$

Alunos	Turma A	Turma B
1	5	8
2	5	9
3	5	7
4	5	7
5	5	2
6	6	5
7	4	2
8	6	0
9	5	2
10	5	10
Total	51	52
Média	5,1	5,2
DVP	0,57	3,49

34

kroton
 paixão por educar



Aula 3- Lab.2

Prática: Matlab- Variância e Desvio Padrão

```
-->x = [0, 4, 6, 8, 7]
```

```
x =
```

```
0. 4. 6. 8. 7.
```

```
-->var(x)
```

```
ans =
```

```
10.
```

```
-->std(x)
```

```
ans =
```

```
3.1622777
```

Inserir a simulação no Word!!!

35



Aula 3- Lab.2

Distribuição

Para obter uma estimativa da altura média do brasileiro adulto:

- Amostragem com 5000 pessoas (n=5000)
- Estratificação adequada, que reflita os dados de toda a população do país

À direita: Resultados (intervalo) por faixa de altura.

Nota: 'discretizamos' uma variável contínua (altura) em faixas para poder visualizar a distribuição.

Intervalo		Valores observados	
Mínimo	Máximo	Absoluto	Porcentagem
-	1,30	47	0,9%
1,30	1,35	102	2,0%
1,35	1,40	142	2,8%
1,40	1,45	196	3,9%
1,45	1,50	311	6,2%
1,50	1,55	383	7,7%
1,55	1,60	465	9,3%
1,60	1,65	540	10,8%
1,65	1,70	571	11,4%
1,70	1,75	532	10,6%
1,75	1,80	480	9,6%
1,80	1,85	406	8,1%
1,85	1,90	314	6,3%
1,90	1,95	205	4,1%
1,95	2,00	131	2,6%
2,00	2,05	86	1,7%
2,05	2,10	68	1,4%
2,10	+	21	0,4%
		5000	100,0%

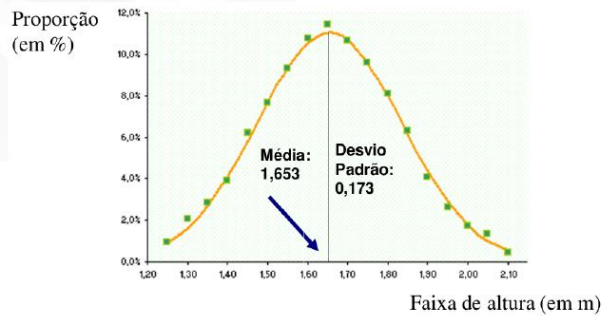
Frequência relativa (em %) = freq. absoluta / freq. total * 100%





Aula 3- Lab.2

Distribuição normal (=Gaussiana)



$$1.653 + 0.173 = 1.8260$$

$$1.653 - 0.173 = 1.4800$$

37

kroton
paixão por educar



Aula 3- Lab.2

Características da distribuição normal

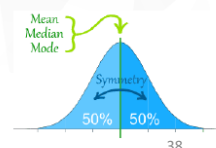
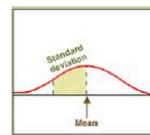
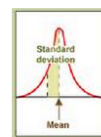
Determinada por dois parâmetros

- Média (valor central)
- Desvio padrão (largura)

A distribuição é **simétrica** e **unimodal**.

Por causa da simetria, valores de média, mediana e moda são iguais.

A área total sob a curva é igual a 100%, com exatos 50% distribuídos à esquerda da média e 50% à sua direita.



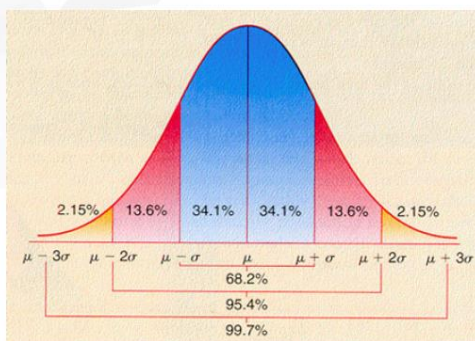
38

kroton
paixão por educar



Aula 3- Lab.2

Áreas sob a curva normal



As proporções são constantes em uma distribuição normal; sabendo a média e o desvio-padrão, dá para fazer estimativas da porcentagem em um intervalo.

39

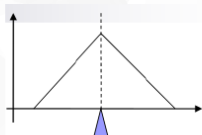
kroton
paixão por educar



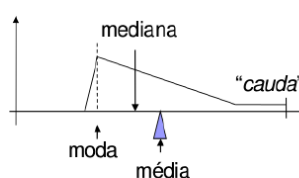
Aula 3- Lab.2

Tipos de distribuição

Simétrica



Assimétrica



A medida de tendência central mais usada em:

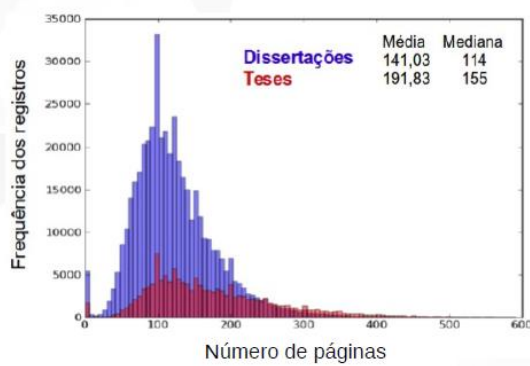
- Distribuição simétrica: **média**
- Distribuição assimétrica: **mediana ou moda**
- Distribuição bimodal: **modas**

40

kroton
paixão por educar

Tipos de distribuição

Assimétrica



41

kroton
paixão por educar

Aula 3- Lab.2

Representação gráfica das informações

42

kroton
paixão por educar



Aula 3- Lab.2

Gráficos

- Tem por finalidade **representar os resultados obtidos**.
- Permite chegar a conclusões sobre a evolução do fenômeno ou sobre **como se relacionam os valores**.
- **Não há uma única maneira** de representar graficamente uma série estatística.
- Escolha do gráfico mais apropriado fica a critério do analista.

Alguns critérios:

- Simplicidade
- Clareza
- Veracidade

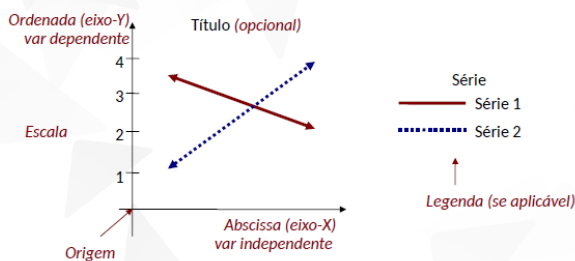
43

kroton
paixão por educar



Aula 3- Lab.2

Gráfico: estrutura



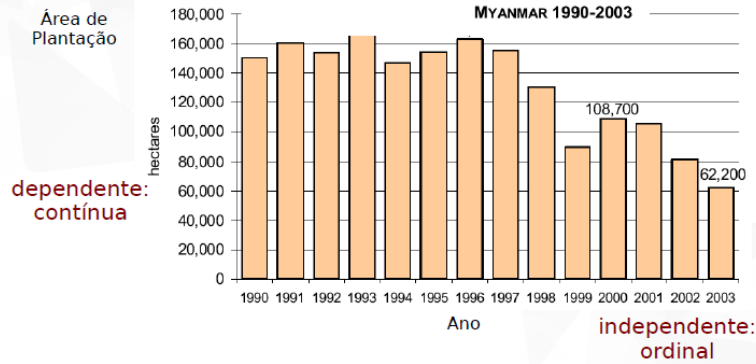
44

kroton
paixão por educar



Aula 3- Lab.2

Gráfico de colunas



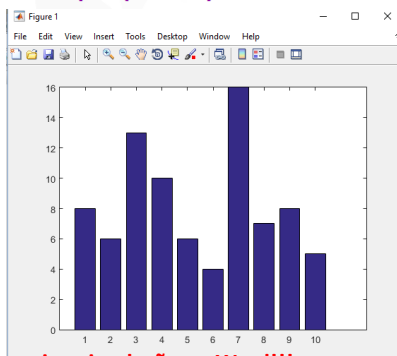
Aula 3- Lab.2

Gráfico de colunas

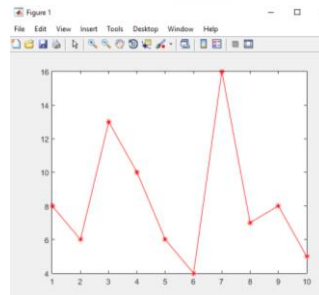
Prática: Matlab- Gráfico de Colunas

--> `n = [8, 6, 13, 10, 6, 4, 16, 7, 8, 5];`

--> `bar(x,n);`
 --> `plot(x,n,'r*-');`



Inserir a simulação no Word!!!



46

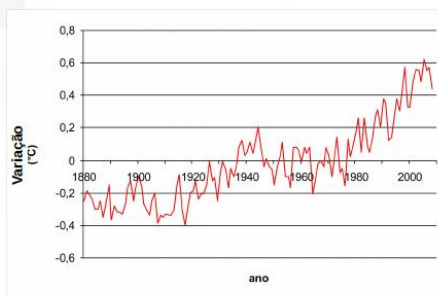


Aula 3- Lab.2

Gráfico em linhas

Variação em temperatura
relativa a uma referência
(C°)

dependente:
contínua



independente:
ordinal



Compare:
Gráfico de linhas destaca evolução
Gráfico de colunas destaca níveis absolutos

Fonte: Goddard Institute for Space Studies - <http://data.giss.nasa.gov/gistemp/>

kroton
paixão por educar

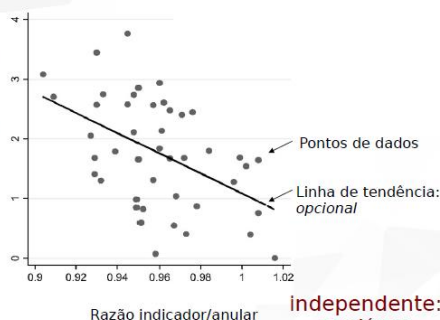


Aula 3- Lab.2

Gráficos de dispersão

Índice de
sucesso financeiro

dependente:
contínua



independente:
contínua

John M. Coates, Mark Gurnell, and Aldo Rustichini
Second-to-fourth digit ratio predicts success among high-frequency financial traders
PNAS 2009 106:623-628; published online before print January 12, 2009. doi:10.1073/pnas.0810907106

kroton
paixão por educar



Aula 3- Lab.2

Gráficos de dispersão

Prática: Matlab- Variância e Desvio Padrão

```
-->mes = [1,2,3,4,5]
```

```
mes =
```

```
1. 2. 3. 4. 5.
```

```
-->gasto = [300,430,700, 1200, 2300]
```

```
gasto =
```

```
300. 430. 700. 1200. 2300.
```

```
-->plot(mes, gasto, 'bo')
```

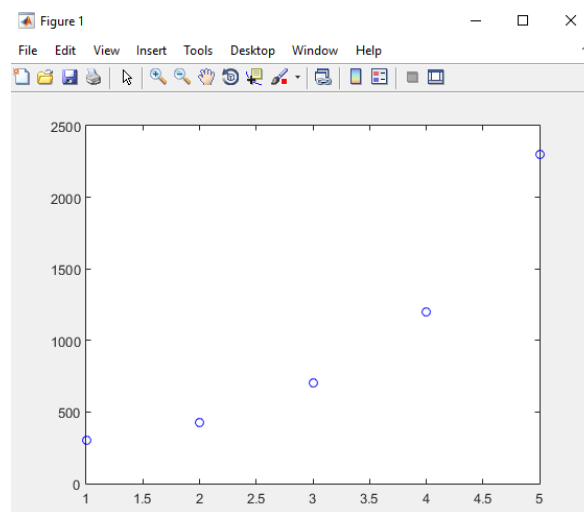
Inserir a simulação no Word!!!

49



Aula 3- Lab.2

Prática: Matlab- Variância e Desvio Padrão



Inserir a simulação no Word!!!

50



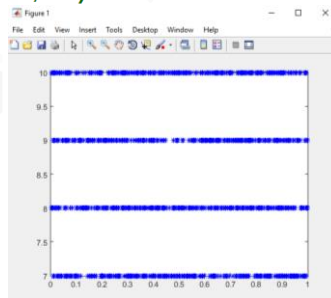


Aula 3- Lab.2

Prática: Matlab- Variância e Desvio Padrão

Gráficos de dispersão

```
-->v1 = rand(1,1000);
-->v2 = ceil(rand(1,1000)*4+6);
-->plot (v1, v2, 'b*')
```



Inserir a simulação no Word!!!

51



Bibliografia desta aula:

1. -BALBINOT, Alexandre;
BRUSAMARELLO, Valner J.
Instrumentação e Fundamentos de Medidas. 2ª edição. Rio de Janeiro: LTC- Livros Técnicos e Científicos, 2010, v. 1.

52

