

kroton
paixão por educar

GRADUAÇÃO PRESENCIAL
2º semestre- 2018

Cálculo Numérico
Eng^a Elétrica- 4º e 6º semestre
Eng^a Produção- 4º semestre

Prof. Ms. Cristiano Malheiro

cmalheiro@anhanguera.com

<http://cristianohtm.wix.com/aulas>

1



Aula 6

Cálculo Numérico

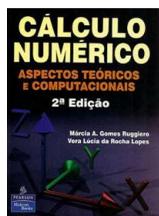
Bibliografia Básica Padrão (Definitivo)

1. SANTOS, João C. **Cálculo Numérico**. AVA.
Ambiente Virtual de Aprendizagem.

João Carlos dos Santos
Gabriela Faria Barcelos Gibim

2. RUGGIERO, Márcia A. G. **Cálculo Numérico:
Aspectos Teóricos e Computacionais**. 2ª edição. São
Paulo: Pearson- Prentice Hall, 2012.

Na nossa biblioteca: 30 exemplares- 519.4 R871c



2



Aula 6

Aritmética de ponto flutuante

Diálogo aberto

Na seção anterior, vimos que há um método padrão para gerar um número numa base "b" qualquer, mas concentramos nossos estudos nos números dos sistemas decimal e binário.

Nesta seção, você irá aprender sobre aritmética de ponto flutuante. Iremos estudar sobre a representação dos números num sistema computacional e como esta é limitada pela capacidade da máquina, motivo da utilização do truncamento ou arredondamento dos dados.

3



Aula 6



Lembre-se

Alguns desastres que ocorreram são atribuídos a uma equivocada computação numérica, como o fracasso do míssil Patriot, em Dharan, Arábia Saudita, em 25 de fevereiro de 1991. Esse incidente, que resultou em 28 mortes, foi atribuído à má manipulação de erros de arredondamento. Outro caso foi a explosão do foguete Ariane 5, logo após a decolagem em sua viagem inaugural a partir da Guiana Francesa, em 4 de junho de 1996. Esse desastre acabou por ser a consequência de um estouro de memória (*overflow*). Os textos completos sobre os casos podem ser lidos em <http://www.ima.umn.edu/~arnold/disasters>. Acesso em: 13 jul. 2015.

4





Aula 6

Sistemas de números no computador

A quantidade de números reais existentes é infinita, e entre qualquer faixa de números temos outros infinitos números – podemos representar números infinitamente pequenos. Os computadores, por sua vez, são limitados, ou seja, só podem representar números de tamanho finito, elementos finitos, células e registradores de tamanho finito. O fato de os computadores só representarem números de tamanho finito acarreta um problema de precisão, e podem ocorrer erros tanto para indicar números, quanto para obter o resultado de operações aritméticas. É por problemas como esse que existem o **overflow** e o **underflow**. Para melhor compreensão, suponha que um processador tenha capacidade para representar valores binários de 32 bits e que efetue uma multiplicação cujo resultado retorne um número que ocupe mais espaço que o disponível. Essa ocorrência é conhecida como estouro da representação ou **overflow**.

5



Aula 6



Vocabulário

Underflow: quando ocorre um resultado com valor abaixo do menor valor representável por uma específica quantidade de bits disponível numa dada máquina.

Overflow: é o estouro da representação, isto é, quando há a necessidade de armazenar uma quantidade maior de bits do que o espaço representável disponibilizado pelo sistema de computação.

Bit: (simplificação para dígito binário, "*Binary digit*" em inglês) é a menor unidade de informação que pode ser armazenada ou transmitida e que pode assumir somente dois valores: 0 ou 1, verdadeiro ou falso e assim por diante.

6





Aula 6

Num sistema computacional, os valores reais são armazenados em notação científica, que é aquela que permite escrever com menos algarismos números muito pequenos (com muitos zeros depois da vírgula) ou números muito grandes. Considere os exemplos a seguir. O número 0,0000005 é muito pequeno, mas possui muitos dígitos. Em notação científica, é representado por 5×10^{-7} e, em computação, por $5E-7$, sendo que E é o indicador de que há o expoente -7. Observe que essa notação permite que o número seja "representado" corretamente com uma quantidade menor de algarismos (dígitos). A notação científica, como é conhecida em matemática, é chamada em computação de representação em ponto flutuante. Agora note que o número 5531222341112123 pode ser representado por $5,53 \times 10^{15}$ ou por $5,53E15$ em ponto flutuante. Vamos aprender agora como os números são representados num computador.

7



Aula 6

Dado um número inteiro $n \neq 0$, ele possui a seguinte representação:

$$n = \pm(n_k n_{k+1} \dots n_1 n_0) = \pm(n_0 b^0 + n_1 b^1 + \dots + n_k b^k),$$

em que os n_i , $i=0, -1, \dots, -k$ são inteiros satisfazendo $0 \leq n_i < b$ e $n_k \neq 0$.



Exemplificando

Como o número 1885 é representado na base $b=10$ e armazenado?

$$1885 = 5 \times 10^0 + 8 \times 10^1 + 8 \times 10^2 + 1 \times 10^3$$

E é armazenado como $n_3 n_2 n_1 n_0$.

8





Aula 6

Representação de um número real

Você sabia que a representação de um número real no computador pode ser feita de duas maneiras?

I- **Uma delas é a representação em ponto fixo:** esse sistema foi usado no passado em muitos computadores. Assim, dado um número real, $x \neq 0$, ele será representado em ponto fixo por:

$$x = \pm \sum_{i=k}^n x_i b^i,$$

em que k e n são inteiros satisfazendo $k < n$ e, usualmente, $k \leq 0$ e $n > 0$ e os x_i são inteiros satisfazendo $0 \leq x_i < b$.

9



Aula 6



Exemplificando

O número 2886,16 é representado na base $b=10$ por:

$$\begin{aligned} 2886,16 &= \sum_{i=-3}^2 x_i b^i \\ &= 2 \times 10^3 + 8 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 6 \times 10^0 + 1 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2} \\ &= 2 \times 1000 + 8 \times 100 + 8 \times 10 + 6 \times 1 + 1 \times 0,1 + 5 \times 0,01 \end{aligned}$$

Assim é armazenado como $x_{-3}x_{-2}x_{-1}x_0x_1x_2$

A representação em ponto flutuante (poderia ser chamada, no Brasil, de vírgula flutuante, pois usamos a vírgula para separar a parte inteira da fracionária) é universalmente utilizada nos dias atuais.

10





Aula 6

II- Representação em ponto flutuante

Essa é a representação mais flexível, portanto é mais utilizada nos dias de hoje. Um número real, $x \neq 0$, pode ser representado em ponto flutuante por:

$$x = \pm(0.d_1d_2\dots d_t) \times b^E,$$

em que:

b = a base em que o computador opera;

t = o número de dígitos na mantissa; $0 \leq d_j \leq (b-1)$, $j=1, \dots, t$;

E = o expoente no intervalo $[m, M]$. Se $d_1 \neq 0$, diz-se que o sistema é normalizado (SPERANDIO; MENDES; SILVA, 2003).

11



Aula 6



Exemplificando

Segue a representação de alguns números na base $b = 10$, em um ponto flutuante na forma normalizada.

$$\text{i) } 0,65 = (6 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2}) \times 10^0 = 0,65 \times 10^0$$

$$\text{ii) } -4,765 = -(4 \times 10^{-1} + 7 \times 10^{-2} + 6 \times 10^{-3} + 5 \times 10^{-4}) \times 10^1 = -0,4765 \times 10^1$$

$$\text{iii) } 0,0145 = (1 \times 10^{-1} + 4 \times 10^{-2} + 5 \times 10^{-3}) \times 10^{-1} = 0,145 \times 10^{-1}$$

$$\text{iv) } 4321,6 = (4 \times 10^{-1} + 3 \times 10^{-2} + 2 \times 10^{-3} + 1 \times 10^{-4} + 6 \times 10^{-5}) \times 10^4 = 0,43216 \times 10^4$$

$$\text{v) } 0,0004 = (4 \times 10^{-1}) \times 10^{-3} = 0,4 \times 10^{-3}$$

12





Aula 6

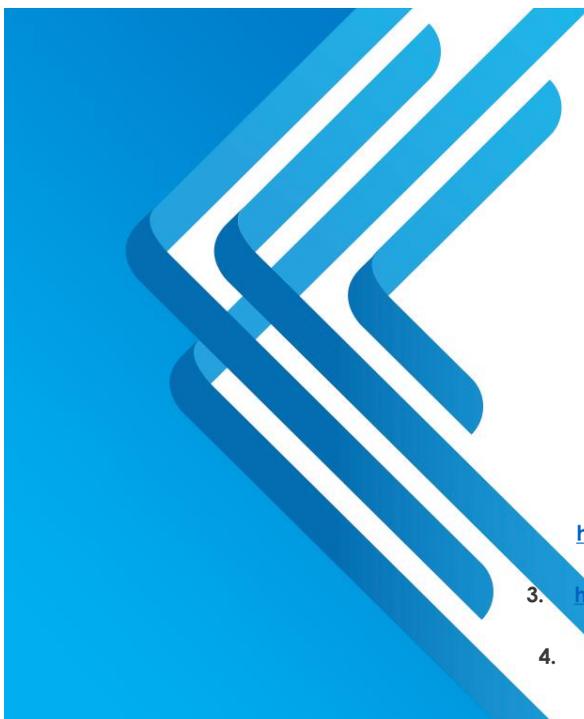
Exercícios:

1) Represente os seguintes números na base $b=10$, em um ponto flutuante na forma normalizada.

- a) 0,075
- b) 1,15
- c) 456,2
- d) 1,335

13

kroton
paixão por educar



kroton
paixão por educar

Bibliografia desta aula:

1. -PEA Cálculo Numérico- Anhanguera Educacional.
2. Notas de Aula- UNIVAP
http://www1.univap.br/spilling/CN/CN_Cap1.pdf
3. <http://www.ic.unicamp.br/~ducatt/mc404/Apostila/Cap2.pdf>
4. Livro do AVA – Disciplina Cálculo Numérico.

14

