

**kroton**  
paixão por educar

**GRADUAÇÃO PRESENCIAL**  
**1º semestre- 2017**

**Cálculo Numérico**  
**Eng<sup>a</sup> Elétrica/ Eng<sup>a</sup> Produção- 5º**  
**semestre**

**Prof<sup>o</sup>. Ms. Cristiano Malheiro**

[cmalheiro@aedu.com](mailto:cmalheiro@aedu.com)

<http://cristianoTM.wix.com/aulas>

1



## Aula 7

### Critérios de Avaliação

1. Avaliações (ambiente online):

**B1 – peso 4- 1º bimestre:**

- 10 pontos (avaliações e atividades das unidades 1 e 2- online)

**B2 – peso 6 – 2º bimestre:**

- 3 pontos (**Presencial:** Listas de Exercícios- aula/ casa )
- 7 pontos (Avaliação Oficial Presencial **30/05/2017\*\*\***).

**SUB – toda a matéria (até o momento- online):**

- 10 pontos (avaliação prevista para **19/06/2017\*\*\***).

**\*\*\*Aguardando a elaboração!!!**



## Aula 7

### ANEXO A

#### CRONOGRAMA DE ATIVIDADES

Apresentação da disciplina	06/02/2017	
Disponibilização da Unidade 1	06/02/2017	
Atividades e Avaliações da Unidade 1	06/02/2017	10/04/2017
Disponibilização da Unidade 2	27/02/2017	
Atividades e Avaliações da Unidade 2	27/02/2017	10/04/2017
Disponibilização de notas da Avaliação B1 no Portal do Aluno	19/04/2017	
Disponibilização da Unidades 3	20/03/2017	
Atividades e Avaliações da Unidade 3	20/03/2017	28/05/2017
Disponibilização da Unidades 4	24/04/2017	
Atividades e Avaliações da Unidade 4	24/04/2017	28/05/2017
Avaliação Oficial Presencial	22/05/2017	27/05/2017
Atividade Discursiva	10/04/2017	28/05/2017
Disponibilização de notas da Avaliação Oficial B2 no Portal do Aluno	30/06/2017	

3



## Aula 7

### Bibliografia Básica Padrão (Definitivo)

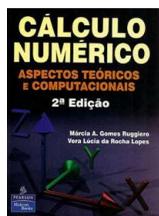
Cálculo Numérico

1. SANTOS, João C. **Cálculo Numérico**. AVA. Ambiente Virtual de Aprendizagem.

João Carlos dos Santos  
Gabriela Faria Barcelos Gibim

2. RUGGIERO, Márcia A. G. **Cálculo Numérico: Aspectos Teóricos e Computacionais**. 2ª edição. São Paulo: Pearson- Prentice Hall, 2012.

Na nossa biblioteca: 30 exemplares- 519.4 R871c



4





## Aula 7

avaeduc.com.br/course/view.php?id=54

# AVA

Página inicial / Cálculo Numérico

- Orientações gerais
- Livro didático
- Unidade de ensino 1
- Unidade de ensino 2
- Unidade de ensino 3
- Unidade de ensino 4
- Atividade discursiva
- Informações avaliação presencial

### ORIENTAÇÕES GERAIS

- Manual da Disciplina
- Acesse aqui o Cronograma de Atividades
- Quadro de Avisos
- Plano de Aula (oculto)

kroton  
paixão por educar



## Aula 7

### Atividade Diagnóstica e Atividade de Aprendizagem

#### 1 Questão

Ainda não respondida

Essa questão Vale 1,00 ponto(s).

Considere uma máquina cuja representação de números é definida por base dez, quatro algarismos na mantissa e expoentes com intervalos entre  $[-5,5]$ . Ao representar o número 73,758 e calcular os erros absolutos e relativos, podemos afirmar que:

Escolha uma:

- a. O número  $\bar{x} = 0,7376 \cdot 10^2$  é a representação do número 73,758
- b. O erro absoluto é 0,004
- c. O erro absoluto e o relativo são iguais.
- d. A representação por arredondamento correta é  $\bar{x} = 0,7375 \cdot 10^2$
- e. O erro relativo encontrado é 0,002%

Próximo



## Aula 7

### Erros absoluto e relativo

**Erro absoluto:** diferença entre o valor exato de um número  $x$  e seu valor aproximado  $\bar{x}$  obtido a partir de um procedimento numérico.

$$EA_x = |x - \bar{x}|$$

Apenas  $\bar{x}$  é conhecido, o que fazemos é escolher um limitante superior ou fazer uma estimativa para o módulo do erro absoluto. Isso permitirá que, mesmo não conhecendo o erro, saibamos que ele está entre dois valores conhecidos.

7



## Aula 7



### Exemplificando

- 1) Sabendo-se que  $\pi \in (3,14; 3,15)$ , tomaremos para  $\pi$  um valor dentro desse intervalo e teremos, então,  $|E_{\pi}| = |\pi - \bar{\pi}| < 0,01$ .
- 2) Se considerarmos o número  $\bar{x} = 1241,9$  de forma que  $|EA_x| < 0,1$ , temos  $x \in (1241,8; 1242)$
- 3) Se  $\bar{y} = 1,3$  de forma que  $|EA_y| < 0,1$  podemos dizer que  $y \in (1,2; 1,4)$ .

8





## Aula 7

Os limitantes superiores para os erros absolutos nos exemplos do número 1 e 2 são os mesmos.

Podemos afirmar que os valores de  $x$  e  $y$  foram representados com a mesma precisão?

O erro absoluto, portanto, não é suficiente para descrever a precisão de um cálculo, pois depende da ordem de grandeza dos números trabalhados. Assim, o conceito de erro relativo é mais utilizado.

Por isso, é importante compararmos a ordem de grandeza dos números  $x$  e  $y$ . Assim, vamos perceber que um resultado é mais preciso que o outro, isso porque a ordem de grandeza de  $x$  é maior que a ordem de grandeza de  $y$ .

**Erro relativo:** erro absoluto dividido pelo valor aproximado.

$$EA_r = \frac{|EA_x|}{|x|} = \frac{|x - \bar{x}|}{|x|}$$

9



## Aula 7



### Exemplificando

Se  $\alpha = 3876,373$  e só desejamos a parte inteira  $\alpha'$ , o erro absoluto será:

$$\Delta\alpha = |\alpha - \alpha'| = 0,373.$$

Se fizermos o mesmo com o número  $\beta = 1,373$ , teremos:

$$\Delta\beta = |\beta - \beta'| = 0,373$$

Obviamente, o efeito de aproximação de  $\beta$  é muito maior do que em  $\alpha$ , mas o erro absoluto é o mesmo nos dois casos. O erro relativo, entretanto, pode traduzir perfeitamente esse fato, pois:

$$\delta\alpha = 0,373 / 3876 \cong 0,000096$$

$$\delta\beta = 0,373 / 1 = 0,373$$

Disponível em: <<http://www.inf.ufpr.br/aurora/disciplinas/numerico/apostila.pdf>>. Acesso em: 13 jul. 2015.

Frequentemente, o erro relativo é expresso também como **erro percentual**, chamado taxa de erro. Para isso, basta multiplicar o erro relativo por 100: erro percentual = erro relativo  $\times$  100.

10





## Aula 7

$$\text{Erro percentual} = \frac{|x - \bar{x}|}{|\bar{x}|} \cdot 100$$

11



## Aula 7

### Faça valer a pena

O seguinte enunciado associa-se às questões 1, 2 e 3.

Considere um sistema de ponto flutuante com  $b = 10$  e  $n = 3$  e uma representação por arredondamento.

**1.** Imagine uma máquina cuja representação de números é definida por  $F(10,4,-5,5)$ . Qual a alternativa correta ao considerar o truncamento?

- a) O número  $\bar{x} = 0,7376 \cdot 10^2$  é a representação do número 73,758.
- b) O erro relativo encontrado é 0,002%.
- c) O erro absoluto é 0,007.
- d) O erro absoluto e relativo são iguais.
- e) A representação do número 73,58 por arredondamento correta é  $\bar{x} = 0,7375 \times 10^2$ .

12





## Aula 7

2. Marque a alternativa correta.

- a) Erro absoluto= valor real – valor aproximado.
- b) Se o resultado de uma operação é 2123542 e o valor esperado era 2123544,5, o erro absoluto nesse caso é 1,8. A diferença é bem pequena, portanto podemos considerar o resultado preciso.
- c) Se o resultado de uma operação é 0,234 e o resultado esperado era de 0,128, o erro absoluto é 0,106, porém o resultado é impreciso.
- d) Erro relativo= erro absoluto/valor real.
- e) Todas as alternativas estão corretas.

13



## Aula 7

3. Considere os dados  $x=100$ ;  $\bar{x} = 100,1$ ,  $y=0,0006$  e  $\bar{y} = 0,0004$  e marque a alternativa correta.

- a)  $EA_x = 0,1$  e  $EA_y = 0,0002$ .
- b) Como  $EA_y$  é muito menor que  $EA_x$ , podemos afirmar que a aproximação  $\bar{y}$  de  $y$  é pior que a  $\bar{x}$  de  $x$ .
- c)  $ER_x \neq 0,33333333$ .
- d)  $ER_y = 0,999999$ .
- e)  $ER_x > ER_y$ .

4. Se  $P(x) = x^2 - 6x^2 + 4x - 0,1$ , o valor exato de  $P(x)$  para  $x = 5,24$  será:

- a) -0,00776.
- b) 0,0776.
- c) -0,010.
- d) 0,00.
- e) 0,005.

14





## Aula 7

### Análise de Erros - Parte II

#### Diálogo aberto

Na seção anterior, você aprendeu sobre análise de erros: erros de arredondamento e truncamento, erros nas operações aritméticas, erros absolutos e relativos. Nesta seção vamos continuar nossos estudos sobre análise de erros, mas agora trabalharemos com a propagação de erros e cancelamento.

O objetivo das seções 1.3 e 1.4 é o de apresentar alguns aspectos sobre erros numéricos. Você aprendeu que a representação dos números num sistema computacional é limitada pela capacidade da máquina e que, por isso, são usados o truncamento ou o arredondamento dos dados. Outro aspecto importante estudado é que os erros de arredondamento intermediários podem comprometer o resultado final de um algoritmo, sendo, portanto, importante manter o controle desses erros.

Mesmo com o avanço na tecnologia de construção de computadores e máquinas digitais, é possível verificar que os resultados finais podem sempre ser influenciados por erros como os de arredondamento e restrições do armazenamento de números.



## Aula 7

#### Não pode faltar

Segundo Franco (2006), além dos erros causados pelas operações aritméticas, das fontes de erros citados na seção anterior, existem certos efeitos numéricos que contribuem para que o resultado obtido não tenha crédito. Vamos estudar alguns deles: cancelamento e propagação do erro.

#### Cancelamento

O efeito da perda de dígitos significativos na subtração de números muito próximos é chamado cancelamento.





## Aula 7

### Cancelamento

O efeito da perda de dígitos significativos na subtração de números muito próximos é chamado cancelamento.



#### Exemplificando

Veja o exemplo da subtração dos números  $\sqrt{9876} - \sqrt{9875}$  em um sistema  $F(10,10,-10,10)$ . Temos:

$$\sqrt{9876} - \sqrt{9875} = 0,9937806599 \cdot 10^2 - 0,9937303457 \cdot 10^2 = 0,0000503142 \cdot 10^2$$

Normalizando o resultado, temos que:

$$\sqrt{9876} - \sqrt{9875} = 0,5031420000 \cdot 10^{-2}$$

17



## Aula 7



#### Refleta

Na prática, os quatro zeros no final do número não têm significado e, perdem-se quatro dígitos de precisão na mantissa. O erro de cancelamento pode ser contornado utilizando manipulações algébricas de forma a evitar a subtração desses números.

Podemos reescrever a diferença desta forma:  $\sqrt{x} - \sqrt{y} = \frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$

Neste caso, a diferença torna-se:

$$\sqrt{9876} - \sqrt{9875} = \frac{9876-9875}{\sqrt{9876}+\sqrt{9875}} = 0,5031418679 \cdot 10^{-2}$$

que tem todos os dígitos da mantissa preenchidos.

18





## Aula 7



### Exemplificando

Para resolver a equação  $x^2 - 1634 \cdot x + 2 = 0$ , considere o sistema F(10,10,10,10).

Utilizando a fórmula de Bhaskara, temos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\text{Para a equação, } x = \frac{1634 \pm \sqrt{1634^2 - 4 \cdot 2}}{2} = \frac{1634 \pm 1633,9975}{2}$$

Para evitar o erro de cancelamento no cálculo da diferença, basta lembrarmos que o produto das raízes é igual ao termo independente do polinômio, ou seja,  $x_1 \cdot x_2 = 2$ . A segunda raiz será calculada por  $x_2 = \frac{2}{x_1}$

$$x_1 = 0,1633998776 \cdot 10^3 \text{ e } x_2 = 0,1223991125 \cdot 10^{-2}$$

19

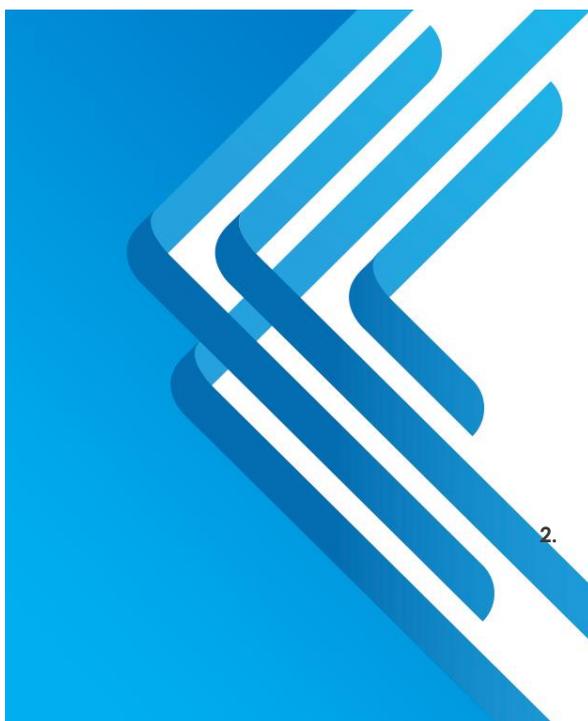


## Aula 7

**3.** O efeito da perda de dígitos significativos na subtração de números quase iguais é chamado cancelamento subtrativo. Assim, o valor de  $\sqrt{4567} - \sqrt{4566}$  na base 10 e mantissa 6 é:

- a) 0,7456.
- b) 0,0074.
- c) 0,8765.
- d) 1,2313.
- e) 0,0047.

20



**kroton**  
paixão por educar

## Bibliografia desta aula:

1. -PEA Cálculo Numérico–  
Anhanguera Educacional.
2. Livro do AVA – Disciplina Cálculo  
Numérico.

21



22