



GRADUAÇÃO PRESENCIAL
2º semestre- 2018

Cálculo Numérico
Eng^a Elétrica- 4º e 6º semestre
Eng^a Produção- 4º semestre

Prof^o. Ms. Cristiano Malheiro
cmalheiro@anhanguera.com
<http://cristiano1m.wix.com/aulas>

1



Aula 7

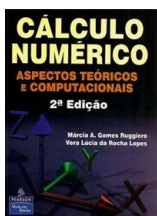
Cálculo Numérico

Bibliografia Básica Padrão (Definitivo)

1. SANTOS, João C. **Cálculo Numérico**. AVA.
Ambiente Virtual de Aprendizagem.

João Carlos dos Santos
Gabriela Faria Barcelos Giblin

2. RUGGIERO, Márcia A. G. **Cálculo Numérico:
Aspectos Teóricos e Computacionais**. 2ª edição. São
Paulo: Pearson- Prentice Hall, 2012.
Na nossa biblioteca: 30 exemplares- 519.4 R871c



2



Aula 7

Aritmética de ponto flutuante

Diálogo aberto

Na seção anterior, vimos que há um método padrão para gerar um número numa base "b" qualquer, mas concentramos nossos estudos nos números dos sistemas decimal e binário.

Nesta seção, você irá aprender sobre aritmética de ponto flutuante. Iremos estudar sobre a representação dos números num sistema computacional e como esta é limitada pela capacidade da máquina, motivo da utilização do truncamento ou arredondamento dos dados.

3



Aula 7

II- Representação em ponto flutuante

Essa é a representação mais flexível, portanto é mais utilizada nos dias de hoje. Um número real, $x \neq 0$, pode ser representado em ponto flutuante por:

$$x = \pm (0.d_1d_2\dots d_t) \times b^E,$$

em que:

b = a base em que o computador opera;

t = o número de dígitos na mantissa; $0 \leq d_j \leq (b-1)$, $j=1, \dots, t$;

E = o expoente no intervalo $[m, M]$. Se $d_1 \neq 0$, diz-se que o sistema é normalizado (SPERANDIO; MENDES; SILVA, 2003).

4





Aula 7



Exemplificando

Segue a representação de alguns números na base $b = 10$, em um ponto flutuante na forma normalizada.

$$\text{i) } 0,65 = (6 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2}) \times 10^0 = 0,65 \times 10^0$$

$$\text{ii) } -4,765 = -(4 \times 10^{-1} + 7 \times 10^{-2} + 6 \times 10^{-3} + 5 \times 10^{-4}) \times 10^1 = -0,4765 \times 10^1$$

$$\text{iii) } 0,0145 = (1 \times 10^{-1} + 4 \times 10^{-2} + 5 \times 10^{-3}) \times 10^{-1} = 0,145 \times 10^{-1}$$

$$\text{iv) } 4321,6 = (4 \times 10^{-1} + 3 \times 10^{-2} + 2 \times 10^{-3} + 1 \times 10^{-4} + 6 \times 10^{-5}) \times 10^4 = 0,43216 \times 10^4$$

$$\text{v) } 0,0004 = (4 \times 10^{-1}) \times 10^{-3} = 0,4 \times 10^{-3}$$

5

kroton
paixão por educar



Aula 7

Representação de números no sistema $F(b, t, m, M)$.

Para representarmos um sistema de números em ponto flutuante normalizado, na base b , com t dígitos significativos e com limites dos expoentes m e M , usa-se a notação: $F(b, t, m, M)$.

Um número em $F(b, t, m, M)$ será representado por:

$$\pm 0, d_1 d_2 \dots d_t \times b^E, \text{ em que } d_1 \neq 0 \text{ e } m \leq E \leq M$$



Exemplificando

Represente no sistema $F(10, 3, -2, 2)$ os números do exemplo anterior. Nesse sistema, o número será representado por: $\pm 0, d_1 d_2 d_3 \times 10^E$, em que $-2 \leq E \leq 2$. Assim:

$$0,65 = 0,65 \times 10^0$$

6

kroton
paixão por educar



Aula 7

$$-4,765 = -0,4765 \times 10^1$$

$$0,0145 = 0,145 \times 10^{-1}$$

Observe que os números 4321,6 e 0,0004 não podem ser representados no sistema.

Considerando o número $4321,6 = 0,43216 \times 10^4$, sendo o expoente maior que 2, o computador acusa ocorrência de *overflow*.

O número $0,0004 = 0,4 \times 10^{-3}$, sendo o expoente menor que -2 , representa uma situação em que o computador acusa a ocorrência de *underflow*.

7



Aula 7

Exercícios (Entrega para 25/09)

Faça valer a pena

1. Considere o sistema F (10, 3, -3, 3). Marque a alternativa cujo número não pode ser representado nesse sistema por *overflow*.

- a) -279,13.
- b) 1,25.
- c) 0,000056.
- d) 1234,45.
- e) 19,23456.

8





Aula 7

Exercícios (Entrega para 25/09)

2) Represente os seguintes números na forma $F(10,4,-3,3)$. Indicar dos que não conseguir quais apresentam overflow ou underflow.

- a) 1256,78
- b) 34,14
- c) 123,46
- d) 657,4
- e) 0,0000003
- f) 3232300,23

9



Aula 7

Propriedades dos números do sistema de ponto flutuante

- i- $p = 0,1 \times b^m$ é o menor número não nulo, em módulo, em F ;
- ii- $s = 0,(b-1)(b-1)\dots(b-1) \times b^M$ é o maior número do sistema de ponto flutuante F ;
- iii- a cardinalidade (número de elementos) de F é:

$$\text{Número de elementos} = 2 \cdot (b-1)b^{t-1}(E_{\max} - E_{\min} + 1) + 1$$
- iv- a mantissa está contida no intervalo $[0,1; 1]$
- v- Se $x \in F$, então $-x \in F$.

10





Aula 7



Exemplificando

Considere $F(2, 2, -1, 2)$, com sistema normalizado, ou seja, $d_1 \neq 0$.

Quantos e quais os números são representados por esse computador?

Cardinalidade (número de elementos): $2 \cdot (b-1)b^{t-1}(E_{\max} - E_{\min} + 1) + 1 = 17$ elementos (8 números positivos, 8 negativos e o zero).

$\pm,10 \times 2^E$ ou $\pm,11 \times 2^E$, sendo $-1 \leq E \leq 2$

Convertendo para decimal, temos:

$0,10 = \frac{1}{2}$ e $0,11 = \frac{3}{4}$

Com isso, os únicos números positivos representáveis nesse computador são:

Mantissa: $\frac{1}{2} \times 2^E$ e $\frac{3}{4} \times 2^E$ para $E = -1, 0, 1$ e 2 .

Os números que podem ser representados na reta numérica são: $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1 , 2 , $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{2}$ e 3 . Também os números correspondentes negativos e o número zero.



Aula 7



Atenção!

O conjunto dos números de ponto flutuante é discreto e não contínuo como os números reais.

Não temos mais o conceito que entre dois números sempre existe outro.

Exemplo:

Considere a representação binária $0,6$ e $0,7$.





Aula 7

$0,6 = 0,100110011001$ e $0,7 = 0,1011001100110$

Se representarmos esses números no sistema de aritmética flutuante F (2,2,-1,2), teremos:

$0,6 = 0,7 = 0,10 \times 2^0$.

Veja que esse número equivale ao número 0,5 no sistema decimal, ou seja, o número 0,6 e 0,7 serão considerados 0,5 nesse sistema.

Dessa forma, pode-se concluir que nem todos os números reais têm representação no sistema binário, sendo necessário arredondar ou truncar para o número mais próximo da máquina. Vamos estudar mais sobre esse assunto na próxima seção.

13



Aula 7



Faça você mesmo

Represente o número 1997,16 em ponto fixo.

Sem Medo de Errar

Após o estudo do conteúdo de aritmética de ponto flutuante, vamos resolver a situação-problema apresentada a Carlos?

A nova máquina adquirida possui um sistema de representação de números definido por base decimal, 4 dígitos na mantissa ($t=4$), e expoentes no intervalo $[-5,5]$. Os técnicos precisam saber quais são o menor e o maior números, em módulo, representados nessa máquina. Como eles podem resolver esse problema?

Solução

O menor número não nulo, em módulo, de F é dado por:

$p = 0,1 \times b^m$ logo: sendo $b=10$ e $m=-5$ teremos:

14





Aula 7

$$p = 0,1000 \times 10^{-5} = 10^{-6}$$

Para representar o maior número do sistema flutuante F, temos:

$$s = 0,(b-1)(b-1)\dots(b-1) \times b^M, \text{ logo:}$$

$$s = 0,(10-1)(10-1)(10-1)(10-1) \times 10^5$$

$$s = 0,9999 \times 10^5 = 99990$$



Atenção!

Nas máquinas digitais, um algarismo binário é denominado bit. Um grupo de 8 bits corresponde a 1 byte. Assim, percebemos que a representação dos números binários num computador é feita com um número finito de bits. A esse tamanho finito de bits é dado o nome de palavra de computador.



Aula 7



Lembre-se

O tamanho da palavra de computador depende de características internas à arquitetura dele. Em geral, os microcomputadores padrão PC têm tamanho de palavra de 16 a 32 bits. Computadores modernos têm palavras de 64 bits ou mais. Quanto maior é o tamanho da palavra do computador, mais veloz e mais preciso será o computador.





Aula 7

As questões de 2 a 5 referem-se ao seguinte enunciado.

Considere uma máquina cujo sistema de representação de números é definido por base 2, 3 dígitos na mantissa ($t=3$), e expoentes no intervalo $[-1,2]$ (FRANCO, 2006).

2. Encontre a cardinalidade, ou seja, quantos números são representados por esse computador?

- a) 33.
- b) 10.
- c) 23.
- d) 21.
- e) 41.

3. Quais são o maior e o menor elementos positivos desse sistema?



Aula 7

4. Quais números podemos representar nesse sistema?

5. Considerando o sistema de ponto flutuante do enunciado, quais dos seguintes números 0,38; 5,3 e 0,15 podem ser representados na base 10?

- a) Todos.
- b) Apenas o 0,38.
- c) Os números 0,38 e 5,3.
- d) Os números 0,15 e 5,3.
- e) Apenas o número 0,15.





Aula 7

6. Como o número $(0,11)_{10} = (0,0001110000101000111101011100001010001110.....)_2$ será armazenado em uma máquina que opera com apenas 6 dígitos na mantissa, ou seja, que seja capaz de armazenar números no formato $m = \pm 0,d_1d_2d_3d_4d_5d_6 \times 10E$? (Disponível em: <http://www1.univap.br/spilling/CN/CN_Capt1.pdf>. Acesso em: 13 jul. 2015).

- a) $(0,109375)_{10}$.
- b) $(0,100000)_{10}$.
- c) $(0,111193)_{10}$.
- d) $(0,111111)_{10}$.
- e) $(0,100111)_{10}$.

19



Aula 7

7. Marque a alternativa correta.

- a) O conjunto de números em um sistema de ponto flutuante é discreto, e não contínuo como os números reais.
- b) O conjunto de números em um sistema de ponto flutuante é infinito como nos números reais.
- c) Sempre que uma operação aritmética produz um número com expoente superior ao expoente máximo, temos um *underflow*.
- d) *Overflow* ocorre quando um resultado com valor menor que o menor valor representável por uma específica quantidade de bits está disponível numa máquina dada.
- e) O uso do truncamento, embora apresente menores erros, acarreta um tempo maior de execução, razão pela qual o arredondamento é mais utilizado.

20





Bibliografia desta aula:

1. -PEA Cálculo Numérico–
Anhanguera Educacional.
2. Livro do AVA – Disciplina Cálculo
Numérico.

21



22