



kroton
paixão por educar

GRADUAÇÃO PRESENCIAL
1º semestre- 2017

Cálculo Numérico
Eng^a Elétrica/ Eng^a Produção– 5º
semestre

Prof^o. Ms. Cristiano Malheiro

cmalheiro@aedu.com

<http://cristiano1m.wix.com/aulas>

1



Aula 12

Critérios de Avaliação

1. Avaliações (ambiente online):

B1 – peso 4- 1º bimestre:

- 10 pontos (avaliações e atividades das unidades 1 e 2- online)

B2 – peso 6 – 2º bimestre:

- 3 pontos (**Presencial**: Listas de Exercícios- aula/ casa)
- 7 pontos (Avaliação Oficial Presencial **06/06/2017*****).

SUB – toda a matéria (até o momento- online):

- 10 pontos (avaliação prevista para **19/06/2017*****).

*****Aguardando a elaboração!!!**



Aula 12

ANEXO A

CRONOGRAMA DE ATIVIDADES

Apresentação da disciplina	06/02/2017	
Disponibilização da Unidade 1	06/02/2017	
Atividades e Avaliações da Unidade 1	06/02/2017	10/04/2017
Disponibilização da Unidade 2	27/02/2017	
Atividades e Avaliações da Unidade 2	27/02/2017	10/04/2017
Disponibilização de notas da Avaliação B1 no Portal do Aluno	19/04/2017	
Disponibilização da Unidades 3	20/03/2017	
Atividades e Avaliações da Unidade 3	20/03/2017	28/05/2017
Disponibilização da Unidades 4	24/04/2017	
Atividades e Avaliações da Unidade 4	24/04/2017	28/05/2017
Avaliação Oficial Presencial	22/05/2017	27/05/2017
Atividade Discursiva	10/04/2017	28/05/2017
Disponibilização de notas da Avaliação Oficial B2 no Portal do Aluno	30/06/2017	

3



Aula 12

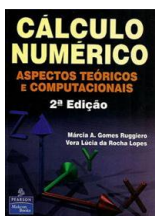
Bibliografia Básica Padrão (Definitivo)

Cálculo Numérico

1. SANTOS, João C. **Cálculo Numérico**. AVA. Ambiente Virtual de Aprendizagem.

João Carlos dos Santos
Gabriela Faria Barcelos Gibim

2. RUGGIERO, Márcia A. G. **Cálculo Numérico: Aspectos Teóricos e Computacionais**. 2ª edição. São Paulo: Pearson- Prentice Hall, 2012.
Na nossa biblioteca: 30 exemplares- 519.4 R871c



4





Aula 12

avaeduc.com.br/course/view.php?id=54

AVA

Página inicial / Cálculo Numérico

- Orientações gerais
- Livro didático
- Unidade de ensino 1
- Unidade de ensino 2
- Unidade de ensino 3
- Unidade de ensino 4
- Atividade discursiva
- Informações avaliação presencial

ORIENTAÇÕES GERAIS

- Manual da Disciplina
- Acesse aqui o Cronograma de Atividades
- Quadro de Avisos
- Plano de Aula (oculto)

kroton
paixão por educar



Aula 12

Atividade Diagnóstica e Atividade de Aprendizagem

1 Questão

Ainda não respondida

Essa questão Vale 1,00 ponto(s).

Considere uma máquina cuja representação de números é definida por base dez, quatro algarismos na mantissa e expoentes com intervalos entre $[-5,5]$. Ao representar o número 73,758 e calcular os erros absolutos e relativos, podemos afirmar que:

Escolha uma:

- ☐ a. O número $\bar{x} = 0,7376 \cdot 10^2$ é a representação do número 73,758
- ☐ b. O erro absoluto é 0,004
- ☐ c. O erro absoluto e o relativo são iguais.
- ☐ d. A representação por arredondamento correta é $\bar{x} = 0,7375 \cdot 10^2$
- ☐ e. O erro relativo encontrado é 0,002%

Próximo



Aula 12

Unidade 4- Seção 4.1- Motivação

Caro aluno, nessa Unidade estudaremos Integração Numérica, que é uma técnica que nos permite obter o valor aproximado da integral de uma função $f(x)$ num intervalo $[a, b]$. Geralmente usamos essa técnica quando a integração da função $f(x)$, pelo método analítico, ou seja, por Cálculo Diferencial e Integral, não conseguimos expressar a função primitiva por meio de funções elementares.

Estudaremos a Integração Numérica pela Fórmula de Newton-Cotes, Regra do Trapézio e Regra de Simpson; como a integração numérica nos fornece um valor aproximado, também estudaremos o Erro na Integração Numérica.

A integração numérica tem grande aplicação nas áreas Sociais, Saúde, Tecnológicas, Econômicas, Financeiras e de Ciências Exatas. A seguir veremos uma situação hipotética que nos ajudará a desenvolver os conceitos e as técnicas com uma visão prática:



Aula 12

Unidade 4- Seção 4.1- Motivação

Uma cidade apresenta uma taxa de crescimento populacional $f(x)$ [mil habitantes / ano] em função do tempo x [ano]:

$$f(x) = 200 + e^{0,6x}$$

Três grandes lojistas, S & S Supermercados, Magazine Sul e KLM Veículos têm a intenção de implantarem filiais nessa cidade e, para isso, precisam conhecer qual será o crescimento populacional entre 3 e 4,5 anos. Para isso a S & S Supermercados fez uso da integração pela fórmula de Newton-Cote, a Magazine Sul aplicou a Regra do Trapézio e a KLM Veículos usou a

Regra de Simpson. A prefeitura local por sua vez apresentou o Estudo de Erro em função da Integração Numérica aplicada.

Em cada uma das seções seguintes você será convidado a se colocar no lugar de cada um dos lojistas e, ao final dessa unidade, você poderá responder a variação populacional buscada por eles, além de identificar as características de cada método e compreender as facilidades e dificuldades de utilização de cada um.





Aula 12

Seção 4.1

Fórmula de Newton-Cotes

Diálogo aberto

Aluno, a Integração Numérica é uma técnica muito utilizada nas áreas de Ciências Exatas, Tecnológicas, Econômicas e Financeiras.

Nessa seção trataremos da Integração Numérica fazendo uso da fórmula de Newton-Cotes e para isso desenvolveremos a resolução do problema do crescimento populacional apresentado anteriormente.

A Integração Numérica é uma técnica que permite obter o valor aproximado da integral de uma função $f(x)$, $\int_a^b f(x) dx$. Essa técnica se aplica quando $f(x)$ é uma função muito complexa e se torna muito trabalhosa a integração pelas técnicas do Cálculo Diferencial e Integral.



Aula 12

A integração pela fórmula de Newton-Cotes é baseada no polinômio interpolador de Lagrange $p_n(x)$, como vemos a seguir:

$$I_{NC}(f) = \int_a^b f(x) dx \cong \int_a^b p_n(x) dx$$

Como visto na seção 3.2:

$$p_n(x) = \sum_{i=0}^n f(x_i) L_i(x)$$





Aula 12

Assim:

$$I_{NC}(f) = \sum_{i=0}^n f(x_i) \int_a^b L_i(x) dx$$

onde x_i é definido em função da variação dada por $h = \frac{b-a}{n}$, onde n será o número de subintervalos que dividimos $[a, b]$. Então:

$$x_0 = a; x_1 = x_0 + h; \dots; x_n = x_{n-1} + h = b$$

11



Aula 12



Assimile

$$I_{NC}(f) = \int_a^b f(x) dx = \int_a^b p_n(x) dx$$

12





Aula 12

Exemplo 1:

Calcule $\int_1^3 \frac{100}{x^2+5} dx$ fazendo uso da integração pela fórmula de Newton-Cotes para $n = 2$.

Forma convencional:

$$16. \int \frac{du}{u^2+a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{u}{a} + c.$$

<https://www.if.ufrgs.br/tex/fisica-4/tab-integrais.pdf>

13

kroton
paixão por educar



Aula 12

Exemplo 1:

Resolução:

Definindo $h = \frac{b-a}{n}$, temos:

$$h = \frac{b-a}{n} = \frac{3-1}{2} = 1$$

Assim, calculando x_i :

$$x_0 = a = 1; \quad x_1 = x_0 + 1 = 2 \quad \text{e} \quad x_2 = x_n = b = 3$$

Se desejamos $\int_1^3 \frac{100}{x^2+5} dx$, então $f(x) = \frac{100}{x^2+5}$.

kroton
paixão por educar



Aula 12

Exemplo 1:

Conhecendo $f(x)$, calculamos $f(x_i)$ em função de x_i .

i	x_i	$f(x_i)$
0	1	16,67
1	2	11,11
2	3	7,14

15



Aula 12

Exemplo 1:

Agora vamos calcular o polinômio interpolador de Lagrange, estudado na seção 3.2.

$$f(x_0)L_0(x) = f(x_0) \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)}$$

$$f(x_0)L_0(x) = 16,67 \cdot \frac{(x-2)(x-3)}{(1-2)(1-3)}$$

$$f(x_1)L_1(x) = f(x_1) \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}$$

$$f(x_1)L_1(x) = 11,11 \frac{(x-1)(x-3)}{(2-1)(2-3)}$$

$$f(x_2)L_2(x) = f(x_2) \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)}$$

$$f(x_2)L_2(x) = 7,14 \frac{(x-1)(x-2)}{(3-1)(3-2)}$$

16





Aula 12

Exemplo 1:

$f(x_n)L_n(x)$	x^2	x	c
$f(x_0)L_0(x)$	+8,34	-41,70	+50,04
$f(x_1)L_1(x)$	-11,11	+44,44	-33,33
$f(x_2)L_2(x)$	+3,57	-10,71	+7,14
$\Sigma f(x_n)L_n(x)$	+0,80	-7,97	+23,86

$p(x) = 0,80x^2 - 7,97x + 23,86 \Rightarrow$ Polinômio Interpolador de Lagrange.

Obtido o polinômio interpolador de Lagrange $p(x)$ podemos realizar a integração.

$$\int_1^3 \frac{100}{x^2 + 5} dx \cong \int_1^3 p(x) dx$$

.7



Aula 12

Exemplo 1:

$$\int_1^3 \frac{100}{x^2 + 5} dx \cong \int_1^3 (0,80x^2 - 7,97x + 23,86) dx =$$

$$\left(0,80 \frac{x^{2+1}}{2+1} - 7,97 \frac{x^{1+1}}{1+1} + 23,86x \right) \Big|_1^3$$

$$(0,27x^3 - 3,99x^2 + 23,86x) \Big|_1^3$$

$$(0,27 \cdot 3^3 - 3,99 \cdot 3^2 + 23,86 \cdot 3) - (0,27 \cdot 1^3 - 3,99 \cdot 1^2 + 23,86 \cdot 1) = 22,82$$

$$\therefore \int_1^3 \frac{100}{x^2 + 5} dx \cong 22,82$$

18





Aula 12

Exemplo 1:



Lembre-se

Do cálculo diferencial e integral, sendo k , a e b constantes, temos:

$$\int k dx = k \int dx = kx + c, \text{ onde } c \in \mathbb{R};$$

$$\int kx^n dx = k \int x^n dx = k \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, \text{ onde } c \in \mathbb{R};$$

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a), \text{ onde } F(x) \text{ é uma primitiva de } f(x), \text{ ou seja, } F'(x) = f(x).$$

Caro aluno, convidamos você a resolver a atividade a seguir utilizando a mesma técnica; veja se entendeu o que lhe foi apresentado.

19



Aula 12

Lista 9- Exercícios para 23/05/2017:

Exercício 1:

Vamos relembrar do problema proposto inicialmente: uma cidade apresenta uma taxa de crescimento populacional $f(x)$ [mil habitantes / ano] em função do tempo x [ano]:

$$f(x) = 200 + e^{0,6x}$$

O lojista S & S Supermercados tem a intenção de implantar filiais nessa cidade e, para isso, precisa conhecer qual será o crescimento populacional entre 3 e 4,5 anos. Para isso a empresa S & S Supermercados fez uso da integração pela fórmula de Newton-Cotes, onde tempo x varia de 0,5 em 0,5 ano, ou seja, $h = 0,5$ ano.

20





Aula 12

Lista 9- Exercícios para 23/05/2017:

Exercício 2:

Calcule o valor aproximado da $\int_6^7 \left(\frac{5}{x^2} - 2x \right) dx$ fazendo uso da integração pela fórmula de Newton-Cotes com $h = 0,5$:

- a) - 15,0.
- b) - 25,7.
- c) - 12,9.
- d) + 9,2.
- e) + 8,7.

21



Aula 12

Lista 9- Exercícios para 23/05/2017:

Exercício 3:

Calcule $\int_2^3 \frac{2xe^x}{\ln(3x)} dx$ fazendo uso da integração pela fórmula de Newton-Cotes para $n = 2$.

22





Bibliografia desta aula:

1. -PEA Cálculo Numérico–
Anhanguera Educacional.
2. Livro do AVA – Disciplina Cálculo
Numérico.

23



24