



kroton
paixão por educar

GRADUAÇÃO PRESENCIAL
2º semestre- 2016

Pesquisa Operacional
Eng^a. Produção–
7º semestre

Prof^o. Ms.Cristiano Malheiro

cmalheiro@anhanguera.com
cmalheiro@aedu.com

<http://cristiano1m.wix.com/aulas>

1



Aula 12

Critérios de Avaliação

1. Avaliações:

B1 – peso 4- 1º bimestre:

- 3 pontos (laboratórios, participação e atividades)
- 7 pontos (avaliação prevista para **28/03/2017**).

B2 – peso 6 – 2º bimestre:

- 3 pontos (laboratórios, participação e atividades)
- 7 pontos (avaliação confirmada para **06/06/2017**).

SUB – toda a matéria (Substitui a menor nota):

- 10 pontos (avaliação prevista para **20/06/2017**).

*****Datas de acordo com calendário acadêmico!!!**

2



Aula 12

Bibliografia Básica Padrão

1. Apostila Pesquisa Operacional- UNISA. Mauro Noriaki Takeda.
2. PLT391. Introdução à Pesquisa Operacional. Eduardo Leopoldino de Andrade. 4ed. Rio de Janeiro, 2009.

3



Aula 12

Exercícios Revisão:

1) Determinação do mix de produção;

Uma companhia deseja programar a produção de três modelos de um produto que requer o uso de dois tipos de recursos: mão de obra e material. O suprimento de material é de 400 kg. A disponibilidade diária de mão de obra é de 200 horas.

	Modelo		
	A	B	C
Mão de obra (horas por unidade)	8	5	3
Material (Kg por unidade)	5	6	3
Lucro (\$ por unidade)	4	2	3

4





Aula 12

Exercícios Revisão:

Solução:

Cada aluno monta na lousa:

1. Identificação das variáveis de decisão;
2. Identificação do objetivo: maximização do lucro total
3. Identificação das restrições
4. Solução obtida no solver!!

5



Aula 12

Exercícios Revisão:

2) Um problema de Treinamento

Uma empresa tem um programa de treinamento para operadores de máquinas. Operadores treinados podem trabalhar como instrutores, assumindo 10 trainees, mas destes, a empresa aproveita apenas 7. Atualmente há 140 operadores treinados disponíveis na empresa. Eles também são necessários na linha de fabricação, e sabe-se que serão necessários para os próximos meses:

Janeiro	Fevereiro	Março	Abril
110	160	210	260

CUSTOS:

Trainees..... \$400,00

Operador treinado **trabalhando**.....\$700,00

Operador treinado **ocioso**.....\$500,00

6





Aula 12

Exercícios Revisão:

Desenvolver um modelo PL para encontrar o programa de treinamento de custo mínimo e satisfazer os requisitos da empresa a cada mês. Um acordo firmado com o sindicato **proíbe demissões** de operadores treinados no período.

Solução:

Cada aluno monta na lousa:

1. Identificação das variáveis de decisão;
2. Identificação do objetivo: maximização do lucro total
3. Identificação das restrições
4. Solução obtida no solver!!

7



Aula 12

Exercícios Revisão:

- 3) . Resolva o problema pelo método simplex:

$$\text{Maximizar:} \quad Z = x_1 + x_2$$

$$\begin{aligned} \text{Sujeito a:} \quad & 2x_1 + x_2 \leq 8 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 7 \\ & x_2 \leq 3 \\ & x_1 \text{ e } x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

8





Aula 12

Exercícios Revisão:

Resolução:

Passo 1:

A função objetivo é:

$$Z = x_1 + x_2$$

A função objetivo transformada é:

$$Z - x_1 - x_2 = 0$$

9



Aula 12

Exercícios Revisão:

Vamos chamar x_{F_1} a variável de folga da primeira restrição, x_{F_2} a variável de folga da segunda restrição e x_{F_3} a variável de folga da terceira restrição. Incluindo essas variáveis, uma em cada restrição, as inequações passam a ser as seguintes equações:

$$2x_1 + x_2 + x_{F_1} = 8$$

$$x_1 + 2x_2 + x_{F_2} = 7$$

$$x_2 + x_{F_3} = 3$$

$$x_1, x_2, x_{F_1}, x_{F_2} \text{ e } x_{F_3} \geq 0$$

10





Aula 12

Exercícios Revisão:

Passo 2: montar a tabela para os cálculos.
Colocar os coeficientes de cada equação e, na última linha, os coeficientes da função objetivo transformada.

Variável básica (V_B)	Coeficientes de					Constante (b_i)	Divisão
	x_1	x_2	x_{F_1}	x_{F_2}	x_{F_3}		
x_{F_1}	2	1	1	0	0	8	
x_{F_2}	1	2	0	1	0	7	
x_{F_3}	0	1	0	0	1	3	
Z	-1	-1	0	0	0	0	



Aula 12

Exercícios Revisão:

Variável básica (V_B)	Coeficientes de					Constante (b_i)	Divisão
	x_1	x_2	x_{F_1}	x_{F_2}	x_{F_3}		
x_{F_1}	2	1	1	0	0	8	$\frac{8}{2} = 4$
x_{F_2}	1	2	0	1	0	7	$\frac{7}{1} = 7$
x_{F_3}	0	1	0	0	1	3	$\frac{3}{0} = \cancel{\infty}$
Z	-1	-1	0	0	0	0	



Aula 12

Exercícios Revisão:

Variável básica (V_B)	Coeficientes de					Constante (b_i)	Divisão
	x_1	x_2	x_{F_1}	x_{F_2}	x_{F_3}		
x_{F_1}	2	1	1	0	0	8	$\frac{8}{2} = 4$
x_{F_2}	1	2	0	1	0	7	$\frac{7}{1} = 7$
x_{F_3}	0	1	0	0	1	3	$\frac{3}{0} = \#$
Z	-1	-1	0	0	0	0	

13



Aula 12

Exercícios Revisão:

Variável básica (V_B)	Coeficientes de					Constante (b_i)	Divisão
	x_1	x_2	x_{F_1}	x_{F_2}	x_{F_3}		
x_{F_1}	2	1	1	0	0	8	$\frac{8}{2} = 4$
x_{F_2}	1	2	0	1	0	7	$\frac{7}{1} = 7$
x_{F_3}	0	1	0	0	1	3	$\frac{3}{0} = \#$
Z	-1	-1	0	0	0	0	

Variável básica (V_B)	Coeficientes de					Constante (b_i)	Divisão
	x_1	x_2	x_{F_1}	x_{F_2}	x_{F_3}		
x_1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	4	
x_{F_2}							
x_{F_3}							
Z							

Para fazer a transformação das outras linhas, vamos utilizar o método de Gauss, aplicado na resolução de sistemas lineares.

14





Aula 12

Exercícios Revisão:

Variável básica (V_B)	Coeficientes de					Constante (b_i)	Divisão
	x_1	x_2	x_{F_1}	x_{F_2}	x_{F_3}		
x_{F_1}	2	1	1	0	0	8	$\frac{8}{2} = 4$
x_{F_2}	1	2	0	1	0	7	$\frac{7}{1} = 7$
x_{F_3}	0	1	0	0	1	3	$\frac{3}{0} = \#$
Z	-1	-1	0	0	0	0	

Variável básica (V_B)	Coeficientes de					Constante (b_i)	Divisão
	x_1	x_2	x_{F_1}	x_{F_2}	x_{F_3}		
x_1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	4	
x_{F_2}	0	1,5	-0,5	1	0	3	
x_{F_3}							
Z							



Aula 12

Exercícios Revisão:

Variável básica (V_B)	Coeficientes de					Constante (b_i)	Divisão
	x_1	x_2	x_{F_1}	x_{F_2}	x_{F_3}		
x_{F_1}	2	1	1	0	0	8	$\frac{8}{2} = 4$
x_{F_2}	1	2	0	1	0	7	$\frac{7}{1} = 7$
x_{F_3}	0	1	0	0	1	3	$\frac{3}{0} = \#$
Z	-1	-1	0	0	0	0	

Variável básica (V_B)	Coeficientes de					Constante (b_i)	Divisão
	x_1	x_2	x_{F_1}	x_{F_2}	x_{F_3}		
x_1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	4	
x_{F_2}	0	1,5	-0,5	1	0	3	
x_{F_3}	0	1	0	0	1	3	
Z							



Aula 12

Exercícios Revisão:

Variável básica (V_B)	Coeficientes de					Constante (b_i)	Divisão
	x_1	x_2	x_{F_1}	x_{F_2}	x_{F_3}		
x_{F_1}	2	1	1	0	0	8	$\frac{8}{2} = 4$
x_{F_2}	1	2	0	1	0	7	$\frac{7}{1} = 7$
x_{F_3}	0	1	0	0	1	3	$\frac{3}{0} = \infty$
Z	-1	-1	0	0	0	0	

Variável básica (V_B)	Coeficientes de					Constante (b_i)	Divisão
	x_1	x_2	x_{F_1}	x_{F_2}	x_{F_3}		
x_1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	4	
x_{F_2}	0	1,5	-0,5	1	0	3	
x_{F_3}	0	1	0	0	1	3	
Z	0	-0,5	0,5	0	0	4	



Aula 12

Exercícios Revisão:

Variável básica (V_B)	Coeficientes de					Constante (b_i)	Divisão
	x_1	x_2	x_{F_1}	x_{F_2}	x_{F_3}		
x_1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	4	$\frac{4}{0,5} = 8$
x_{F_2}	0	1,5	-0,5	1	0	3	$\frac{3}{1,5} = 2$
x_{F_3}	0	1	0	0	1	3	$\frac{3}{1} = 3$
Z	0	-0,5	0,5	0	0	4	



Aula 12

Exercícios Revisão:

Variável básica (V_B)	Coeficientes de					Constante (b_i)	Divisão
	x_1	x_2	x_{F_1}	x_{F_2}	x_{F_3}		
x_1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	4	$\frac{4}{0,5} = 8$
x_{F_2}	0	1,5	-0,5	1	0	3	$\frac{3}{1,5} = 2$
x_{F_3}	0	1	0	0	1	3	$\frac{3}{1} = 3$
Z	0	-0,5	0,5	0	0	4	



Aula 12

Exercícios Revisão:

Variável básica (V_B)	Coeficientes de					Constante (b_i)	Divisão
	x_1	x_2	x_{F_1}	x_{F_2}	x_{F_3}		
x_1							
x_2	0	1	$\frac{-0,5}{1,5}$	$\frac{1}{1,5}$	0	2	
x_{F_3}							
Z							



Aula 12

Exercícios Revisão:

Variável básica (V_B)	Coeficientes de					Constante (b_i)	Divisão
	x_1	x_2	x_{F_1}	x_{F_2}	x_{F_3}		
x_1	1	0	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	3	
x_2	0	1	$-\frac{0,5}{1,5}$	$\frac{1}{1,5}$	0	2	
x_{F_3}							
Z							

21



Aula 12

Exercícios Revisão:

Variável básica (V_B)	Coeficientes de					Constante (b_i)	Divisão
	x_1	x_2	x_{F_1}	x_{F_2}	x_{F_3}		
x_1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	4	$\frac{4}{0,5} = 8$
x_{F_2}	0	1,5	-0,5	1	0	3	$\frac{3}{1,5} = 2$
x_{F_3}	0	1	0	0	1	3	$\frac{3}{1} = 3$
Z	0	-0,5	0,5	0	0	4	

Variável básica (V_B)	Coeficientes de					Constante (b_i)	Divisão
	x_1	x_2	x_{F_1}	x_{F_2}	x_{F_3}		
x_1	1	0	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	3	
x_2	0	1	$-\frac{0,5}{1,5}$	$\frac{1}{1,5}$	0	2	
x_{F_3}	0	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	1	1	
Z							

22





Aula 12

Exercícios Revisão:

Variável básica (V_B)	Coeficientes de					Constante (b_i)	Divisão
	x_1	x_2	x_{F_1}	x_{F_2}	x_{F_3}		
x_1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	4	$\frac{4}{0,5} = 8$
x_{F_2}	0	1,5	-0,5	1	0	3	$\frac{3}{1,5} = 2$
x_{F_3}	0	1	0	0	1	3	$\frac{3}{1} = 3$
Z	0	-0,5	0,5	0	0	4	

Variável básica (V_B)	Coeficientes de					Constante (b_i)	Divisão
	x_1	x_2	x_{F_1}	x_{F_2}	x_{F_3}		
x_1	1	0	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	3	
x_2	0	1	$\frac{-0,5}{1,5}$	$\frac{1}{1,5}$	0	2	
x_{F_3}	0	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	1	1	
Z	0	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	5	



Aula 12

Exercícios Revisão:

Observando o sinal dos coeficientes das variáveis de x_1 até x_{F_3} , na última linha (Z), temos todos os coeficientes não negativos (zero ou positivos); isso significa que atingimos a solução ótima para o problema.

Portanto, a solução ótima é dada por $x_1 = 3$, $x_2 = 2$, $x_{F_1} = 0$, $x_{F_2} = 0$, $x_{F_3} = 1$ e $Z = 5$,

Realize o exercício no solver:



Aula 12

Exercícios Revisão:

Realize o exercício no solver:

Maximizar:

$$Z = x_1 + x_2$$

Sujeito a:

$$2x_1 + x_2 \leq 8$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 7$$

$$x_2 \leq 3$$

$$x_1 \text{ e } x_2 \geq 0$$

25



Bibliografia desta aula:

1. Apostila Pesquisa Operacional-UNISA. Mauro Noriaki Takeda.
2. <https://www.youtube.com/watch?v=qf1mAyDv61E&t=439s>

26

